MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMACIÓN ENTERA NO LINEAL EN UN AMBIENTE JOB-SHOP Y MÁQUINAS EN SERIE Y PARALELO

A whole non-linear programming mathematical model within a job-shop environment along with serial and parallel machines

CESAR AUGUSTO PINEDA PEREZ[1]

Recibido: 14 de Diciembre de 2017 Aceptado: 28 de Diciembre de 2017
DOI: http://dx.doi.org/10.21017/rimci.2018.v5.n9.a41

Resumen

Este artículo presenta un modelo de programación matemática no lineal entera mixta para resolver un problema de programación de máquinas en serie y en paralelo en un entorno Job-Shop. El modelo PNLEM determina el makespan, la secuencia y la ruta de ejecución de los trabajos en las diferentes máquinas.

Palabras clave: Calendario, Job Shop, Makespan

Abstract

This article presents a mathematical programming model of mixed whole nonlinear programming to solve a problem of scheduling of machines in series and in parallel in a job shop environment. The PNLEM model determines the makespan, the sequence and route of execution of the works in the different machines.

Keywords: Scheduling, Job Shop, Makespan.

I. Introducción

LAS INDUSTRIAS manufactureras se ven enfrentadas con problemas de programación de trabajos en máquinas en serie y en paralelo, específicamente lo que se denomina problemas de Scheduling[2]. Estos problemas se vuelven más complejos si se aumenta el número de máquinas ya sea en serie y/o en paralelo. Esta situación plantea la necesidad de que las empresas utilicen técnicas y/o algoritmos (heurísticas, metaheurísticas o de programación matemática), con el objeto de obtener la mejor secuencia de ejecución de los trabajos programados y asimismo obtener el menor tiempo posible de ejecución de todos los trabajos (makespan).

En el escenario de la competitividad, en un mundo globalizado, las obligaciones empresariales de cumplir las fechas de entrega y responder oportunamente a los pedidos, genera en las empresas industriales la necesidad de implementar técnicas que redunden en beneficios (el mejor scheduling en sus diferentes propósitos u objetivos).

Estas acciones inducen a que las organizaciones sean cada vez más inteligentes, es decir, utilicen todos los medios tecnológicos, técnicas de optimización, gestión de operaciones, en fin, para que la empresa sea más competitiva y económicamente sostenible. Estas necesidades son aún más imperativas si se considera la limitación de los recursos (energía, combustible, electricidad, factor humano, factor maquina). La minimización del uso de los recursos genera menores costos de producción.

Adicional a lo anterior, la gestión comercial de las empresas tienen por objetivo primario obtener

1 Magister en Ingeniería Industrial, Especialista en Ingeniería de Producción e Ingeniero Industrial de la Universidad Distrital. Docente investigador del Grupo O.C.A de la Corporación Universitaria Republicana. Correo Electrónico: cesarpinedaperez@yahoo.es

2 Se debería explorar los modelos no lineales de forma más extensiva en los problemas de scheduling y asimismo disponer de un compilador adecuado para resolver estos modelos.

ganancias y este beneficio se podrá incrementar si se obtiene una óptima secuencia de ejecución de los trabajos en las diferentes maquinas a un menor tiempo de ejecución total (makespan) [1][2][3][4].

De acuerdo con lo anteriormente expuesto, el propósito de este artículo es abordar un problema particular de scheduling de máquinas en serie y en paralelo en un ambiente Job-shop, cuyo tratamiento será a través de la programación matemática

Los problemas de Scheduling en la programación de máquinas en paralelo y no paralelas, consiste en procesar una serie de trabajos en un número de máquinas en serie y en paralelo.

Uno de los objetivos más comunes es la minimización del makespan. En particular, cada trabajo tiene que ser procesado por exactamente una máquina, y los tiempos de procesamiento no tienen que ser los mismos para todas las máquinas ya sean en serie o en paralelo. Dentro de los problemas combinatorios, este problema se ha denominado matemáticamente N P-Hard.

La versión más simple con dos máquinas paralelas idénticas ya se demostró ser N P -Hard por Lenstra, Rinnooy Kan y Brucker [5][6][7]. La literatura respecto a este tema está referido en libros como Pinedo, Sule, o a revisiones de los problemas de programación paralelos de máquina como Allahverdi y Kravchenko y Werner [8][9][10][11].

II. Modelo matemático

El modelo matemático de programación no lineal entera mixta determina el Makespan y las rutas optimas de ejecución de los trabajos. La formulación del modelo es el siguiente:

A. Índices

i tipo de maquina i = 1,2,......I
j tipo de trabajo j = 1,2,......J
k maquinas en paralelo k = 1,2,.....K
L restricciones disyuntivas L = 1,2......w

B. Parámetros

t_{ij} = Tiempo de elaboración del trabajo j en la maquina tipo i

C. Variables de decisión

X_{ij} : Tiempo de inicio del trabajo tipo **"j"**, en la máquina **"i"**, donde, *i*= 1,2,..., m *y j*= 1,2,...,n

MS: Máximo tiempo de flujo **"Makespan"**

B_{ij} : Variable binaria que expresa la condición de comenzar una orden de trabajo primero con respecto a otra que se puede elaborar al mismo tiempo.

V_L: Variable binaria que expresa la condición de activar o desactivar una restricción disyuntiva.

D. Modelo Matemático PNLEM

Minimizar z = MS

Sujeto a:

1. Restricciones de secuencia

r, s ∊ conjunto de máquinas I
r maquina única
s maquina única
r precede a s

$$X_{rj} + t_{rj} \leq Xsj$$

r, s ∊ conjunto de máquinas I
r maquina única
s maquina paralela idéntica
r precede a s o s precede a r (job-shop)
k maquinas en paralelo
r precede a s

$$(X_{rj} + t_{rj} - X_{s1,j})(1 - B_{s2,j} - B_{s3,j} - \ldots B_{sn,j}) \leq 0 \text{ para cada j}$$

S precede a r

$$(X_{s1,j} + t_{s1,j} - X_{r,j})(1 - B_{s2,j} - B_{s3,j} - \ldots B_{sn,j}) \leq 0 \text{ para cada j}$$

$$(X_{sn,j} + t_{sn,j} - X_{r,j})(1 - B_{s1,j} - B_{s2,j} - \ldots B_{sn-1,j}) \leq 0 \text{ para cada j}$$

2. Restricciones de interferencia

P,q ∊ conjunto de trabajos J
r, s ∊ conjunto de máquinas I

Si r es maquina única

$X_{rp} + t_{rp} \leq X_{rq} + V_L M$, para cada i, para cada L
$X_{rq} + t_{rq} \leq X_{rq} + (1 - V_L)\ M$, para cada i, para cada L

Si s es maquina paralela idéntica y k maquinas en paralelo

$(X_{s1,p} + t_{s1,p} - X_{s1,q} - V_L M)(B_{s1,p} * B_{s1,q}) \leq 0$ para cada $S_k \in I$ Para cada L

$(X_{s1,q} + t_{s1,q} - X_{s1,p} - (1-V_L)M)(B_{s1,p} * B_{s1,q}) \leq 0$ para cada $S_k \in I$ Para cada L

$(X_{sn,p} + t_{sn,p} - X_{sn,q} - V_L M)(B_{sn,p} * B_{sn,q}) \leq 0$ para cada $S_k \in I$ Para cada L

$(X_{sn,q} + t_{sn,q} - X_{sn,p} - (1-V_L)M)(B_{sn,p} * B_{sn,q}) \leq 0$ para cada $S_k \in I$ Para cada L

3. ***Asignación de trabajo j en maquina i de acuerdo al job-shop***

$B_{ij} = 1$, para cada j (si se ejecuta trabajo j en maquina i)
$B_{ij} = 0$, para cada j (si no se ejecuta trabajo j en maquina i)

4. ***Trabajo j no se ejecuta en maquina paralela $S_k \in I$***

$B_{sk,j} = 0$, para cada j

5. ***Restricción de makespan***

$g \in I$

g es la maquina donde se realiza la última operación de la secuencia del trabajo tipo j

$X_{gj} + t_{gj} \leq MS$

6. ***Restricción de binarias totales para las maquinas en paralelo***

$\sum_{k=1} B_{sk,j} = 1$, para cada j, para cada s

III. Aplicación del modelo matemático

Una empresa manufacturera tipo taller (Job - Shop) recibe 4 órdenes de producción para ser procesadas en su planta, la misma tiene 4 máquinas i de las cuales, la maquina 3 tiene 2 tipos y trabajan en paralelo, la tabla es la siguiente:

Tabla I. Relación de máquinas, tipo y secuencia.

Maquinas	J1		J2		J3		J4	
	t(ij)	Secuencia	t(ij)	Secuencia	t(ij)	Secuencia	t(ij)	Secuencia
M1	8	1	6	1				
M2	4	2			7	1	3	3
M3A	5	3	7	2	8	2	5	1
M3B	5	3	7	2	8	2	5	1
M4			3	3	2	3	9	2

La corrida de este modelo se hace con el programa GAMS, compilador CONNUE. Los resultados obtenidos se visualizan en la Tabla II.

Se observa que la máquina 3 es usada alternamente por la secuencia 3 y 4 rebajando el makespan en serie de 26 a 23. Fig. 1.

Tabla II. Corrida con el programa GAMS.

Máquina i	Orden j	X	t	B(i, j)	Termino
1	1	6	8	1	14
1	2	0	6	1	6
2	1	14	4	1	18
2	3	2	7	1	9
2	4	20	3	1	23
3A	1	18	5	1	23
3A	2	11	7	1	18
3A	3	-	8	0	-
3A	4	-	5	0	-
3B	1	-	5	0	-
3B	2	-	7	0	-
3B	3	9	8	0	17
3B	4	4	5	0	9
4	2	20	3	1	23
4	3	18	2	1	20
4	4	9	9	1	19

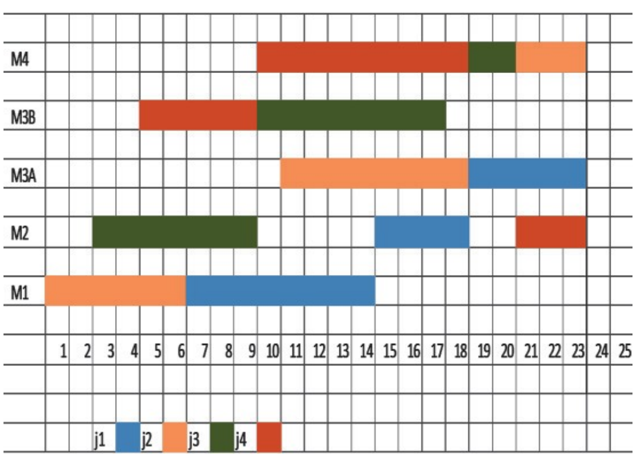

Fig. 1. Diagrama GANTT.

IV. Conclusiones

Este modelo de programación no lineal entera mixta es altamente NP-HARD. A medida que aumentan las máquinas en paralelo y las máquinas en serie, el modelo es aún más complejo y se convierte en un modelo NP-HARD duro. Por lo tanto, es necesario, utilizar software científico para compilar y correr el modelo.

Referencias

[1] A. P. Gnetis, P. Detti, et al., «Scheduling non-preemptive jobs on parallel machines subject to exponential unrecoverable interruptions», Computers & Operations Research 79: 109-118. 2017.

[2] A. C. Beezão, J. F. Cordeau, et al., «Scheduling identical parallel machines with tooling constraints», European Journal of Operational Research 257(3): 834-844. 2017.

[3] A. Cataldo, A. Perizzato, et al., «Production scheduling of parallel machines with model predictive control», Control Engineering Practice 42: 28-40. 2015.

[4] B. C. Choi, M. J. Park, «Two-agent parallel machine scheduling with a restricted number of overlapped reserved tasks», European Journal of Operational Research 260(2): 514-519. 2017.

[5] L. Epstein and E. Kleiman, «Scheduling selfish jobs on multidimensional parallel machines», Theoretical Computer Science 694: 42-59. 2017.

[6] L. Fanjul-Peyro, F. Perea, et al. «Models and matheuristics for the unrelated parallel machine scheduling problem with additional resources», European Journal of Operational Research 260(2): 482-493. 2017.

[7] A. Gara-Ali, G. Finke, et al. «Parallel-machine scheduling with maintenance: Praising the assignment problem», European Journal of Operational Research 252(1): 90-97. 2016.

[8] P. Györgyi, «A PTAS for a resource scheduling problem with arbitrary number of parallel machines». Operations Research Letters 45(6): 604-609. 2017.

[9] P. Györgyi and T. Kis, «Approximation schemes for parallel machine scheduling with non-renewable resources», European Journal of Operational Research 258(1): 113-123. 2017.

[10] A. Abreu, J. Abreu, R. Iglesias & I. Navarro. Interfaz gráfica en matlab para el cálculo de criterios de bondad de ajuste. *Revista Ingeniería, Matemáticas Y Ciencias de La Información*, 13–21. 2016

[11] Y. Jiang, T. Li, et al. «Kinematic error modeling and identification of the over-constrained parallel kinematic machine.» Robotics and Computer-Integrated Manufacturing 49: 105-119. 2018.