



<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>

RESULTADOS DEL MODELAMIENTO MATEMÁTICO COMO HERRAMIENTA DE ARTICULACIÓN DE LA MATEMÁTICA UNIVERSITARIA EN LOS ESTUDIANTES DE PRE CÁLCULO

Results of mathematical modeling as a joint tool of university mathematics in pre-calculation students

JUAN GUILLERMO NÚÑEZ OSUNA¹ LUIS ALFONSO SÁNCHEZ BERNAL²

Recibido: 29 de mayo de 2017. Aceptado: 04 de junio de 2017

DOI: <http://dx.doi.org/10.21017/rimci.2017.v4.n8.a29>

RESUMEN

En la investigación se indaga el rendimiento de los estudiantes del curso de pre cálculo a partir del cual se diseña una estrategia apoyada en tres componentes: la educación matemática, el pensamiento variacional y la teoría tricerebral desde los cuales se propone fortalecer y consolidar el concepto de función para el desarrollo adecuado de los cursos de cálculo diferencial e integral entre otros. Para ello, el objetivo general desarrolla una estrategia didáctica centrada en el modelamiento matemático haciendo un proceso más contextual y metacognitivo donde se mejora el actuar en sociedad. La metodología empleada dentro de este proceso es mixta, dado que, gracias a ello se aplica un instrumento para recoger una información sobre la noción que tiene los estudiantes de función, se revisan las notas de los estudiantes, talleres y pruebas con los cuales se diseña la propuesta pedagógica. Como conclusión se encontró un notable manejo y dominio en la comprensión integral del concepto de función desde el punto de vista lógico, operativo y sensitivo, la incorporación de las matemáticas mucho más contextual y finalmente un proceso meta cognitivo mejor en el actuar dentro del campo de las matemáticas en general.

Palabras clave: modelamiento matemático, función, educación matemática, competencias matemáticas y cerebro triádico.

ABSTRACT

This research delves deeper about the performance of students of the pre-calculus course, from which some strategies came up. The designed strategies were based on three elements: mathematics education, variational thinking and tricerebral theory. Its purpose is to strengthen and consolidate the concept of function to accomplish the suitable development of differential and integral calculus courses, among others. The general objective carries out a didactic strategy focused on the mathematical modeling, making a more contextual and metacognitive process to change student's minds and make them conscious about the importance and implications of math in people daily life in society. The methodology used in this process is mixed, that is because this allows to apply an instrument to collect information about the notion that the students have about function, as well as review the students notes, workshops and tests which contributed to the pedagogical proposal design. In conclusion we find a remarkable management and mastery in the integral comprehension of the concept of function from the logical, operational and sensitive point of view, the incorporation of the mathematics much more contextual and finally a better cognitive meta process in the acting within the field of the Mathematics in general.

Keywords: Mathematical modeling, function, mathematical education, mathematical competences and triad brain

¹ Licenciado en matemáticas y física Universidad de los Llanos, Especialista en docencia universitaria Universidad Cooperativa de Colombia, Magister en educación Universidad Cooperativa de Colombia, Docente de ciencias Básicas Corporación Unificada Nacional de Educación Superior CUN y docente de especializaciones en la Universidad Nacional Abierta y A Distancia UNAD. Correo electrónico: juannuosuna@gmail.com

² Licenciado en matemáticas Universidad Pedagógica Nacional, especialista en docencia universitaria Universidad Cooperativa de Colombia y magister en educación Universidad Cooperativa de Colombia, docente de ciencias básicas Universidad Jorge Tadeo Lozano. Correo electrónico: alfsanchez21@hotmail.com

I. INTRODUCCIÓN

EN LOS diferentes niveles de escolaridad la comprensión del concepto de función es limitada y sesgada [1], por tal razón se encuentran grandes dificultades en los cursos posteriores de pre cálculo y cálculo desde esta situación se hace necesario apoyarse en el modelamiento matemático como herramienta potente para el estudio de situaciones cotidianas, el estudio completo de distintos fenómenos del campo de conocimiento, así como el estudio del entorno para plantear y estudiar situaciones de una o varias variables y la comprensión de temáticas posteriores [2][3]. Seguidamente Spivak reconoce que este es “El concepto más importante de todas las matemáticas es dudarlo, el de función: en casi todas las ramas de la matemática moderna, la investigación se centra en el estudio de funciones” [4]. De otra parte, es de vital importancia de que desde el rol de docente se transformen las prácticas y clases rutinarias desde los cuales se potencia el cerebro izquierdo (conocimiento) incluyendo el cerebro derecho y el central porque de esta forma podemos generar un concepto realmente integral de función dada su importancia.

II. OBJETIVO

Implementar y evaluar una estrategia didáctica centrada en el modelamiento matemático para el afianzamiento del concepto de función en los estudiantes de pre cálculo.

III. MÉTODO

El proceso se desarrolló durante dos años en una población de 10 mujeres y 8 hombres en un grupo de pensamiento matemático (Pre Cálculo) de la Universidad Jorge Tadeo Lozano desde un enfoque de la investigación es cuantitativo para el cual se establecen las siguientes, una fase conceptual (formulación de objetivos y elaboración del diagnóstico), fase analítica (donde se establece el nivel de competencias de los estudiantes), una fase de diseño (manipulación de variables considerado como presencia-absencia del grupo control y el grupo no control) y una fase de discriminación (se pone de manifiesto la intervención mediante actividades diversas que facilitan

la argumentación y consolidación de nuestra propuesta entre ellas aplicaciones y usos específicos del concepto de función [5][6].

IV. RESULTADOS

Es de notar que una intención de la enseñanza de la matemática es que los estudiantes incorporen los conocimientos adquiridos durante su vida escolar a su vida diaria, sin embargo, pocos lo hacen, pues es difícil para ellos desarrollar la capacidad para relacionar los aprendizajes en matemática con las situaciones cotidianas. Es allí donde el modelamiento matemático se convierte en herramienta facilitadora de los procesos de enseñanza-aprendizaje y articulando la reflexión el actuar en sociedad para generar la meta cognición [7]. Con base en los resultados obtenidos, se construye una propuesta acorde con el siguiente esquema del proceso de modelación [8], el cual se ajusta a lo expuesto en el marco teórico, los resultados encontrados en la investigación y los objetivos propuestos, el cual servirá para implementar una propuesta de actividades basadas en la modelación que apoyen la enseñanza del concepto de función [9]. Ver figura 1.

En este esquema se identifican dos espacios, bien diferenciados, el mundo real y el mundo matemático, pero conectados a través de tres fases, en cada una de ellas se establecen las competencias necesarias para resolver un problema, de igual forma, cada una de estas se encuadra con cada uno de los tres cerebros. Las fases son:

Situación problema, allí se pretende lograr la interpretación y comprensión del problema que se da en un contexto real. (**Cerebro lógico**) y **el modelo matemático** [10], en esta etapa se logra trasladar al mundo matemático por medio de fórmulas, ecuaciones y cualquier otro objeto matemático la representación de la situación. También se efectúan los cálculos y operaciones necesarias para encontrar un resultado matemático (**Cerebro operativo**) y como posible solución, después de hacer operaciones y cálculos en el mundo matemático, se transfiere la respuesta que se obtuvo, es decir volver al mundo real y tomar alguna decisión con respecto a la solución encontrada, se proponen alternativas de solución. (**Cerebro creativo**) y finalmente el proceso inte-

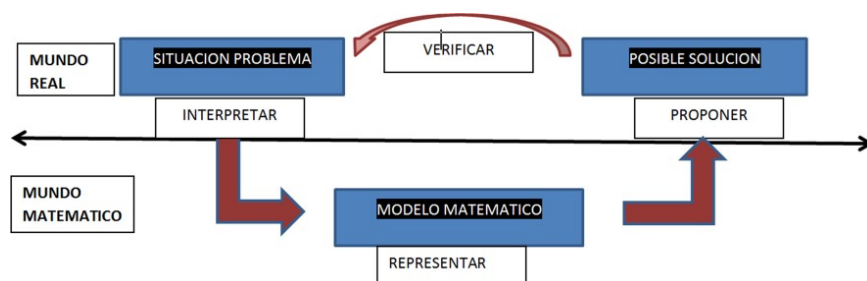


Fig. 1. Esquema de modelación de la propuesta. Fuente: los autores.

gral se valora desde tipos de inteligencia, el desarrollo de las habilidades mentales, inteligencia emocional y la habilidad.

A. Objetivo general de la propuesta

Proponer una estrategia didáctica que se apoye en las categorías del marco teórico para una transformación en las prácticas pedagógicas en la enseñanza de las matemáticas con relación al concepto de función.

B. Metas por objetivos (Tabla I)

V. EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA

La prueba que se propone como examen final y evaluación de la propuesta se aplica a todos los estudiantes de pensamiento matemático de la universidad Jorge Tadeo Lozano, conformada por diez preguntas; cinco de selección múltiple y cinco abiertas, con las cuales se quiere medir el conocimiento y las habilidades que tienen los estudiantes con respecto a las generalidades del concepto de función, con una duración de 120 minutos, los resultados obtenidos se muestran a continuación de forma cuantitativa y cualitativa. (Ver figura 2, tabla II)

Tabla I. Metas por objetivos.

Objetivo	Meta
Diseñar una estrategia didáctica apoyada en la modelación matemática	Diseñar sesiones de clase utilizando una secuencia didáctica y elaborar actividades que permitan afianzar el concepto de función en los estudiantes
Implementar una estrategia didáctica apoyada en la modelación matemática	Utilizar las sesiones de clase de manera eficiente para poder abordar los temas indicados
Evaluar, mediante un grupo control, la estrategia didáctica apoyada en la modelación	Llevar a cabo un seguimiento estricto de la implementación y evaluar de forma apropiada la propuesta.

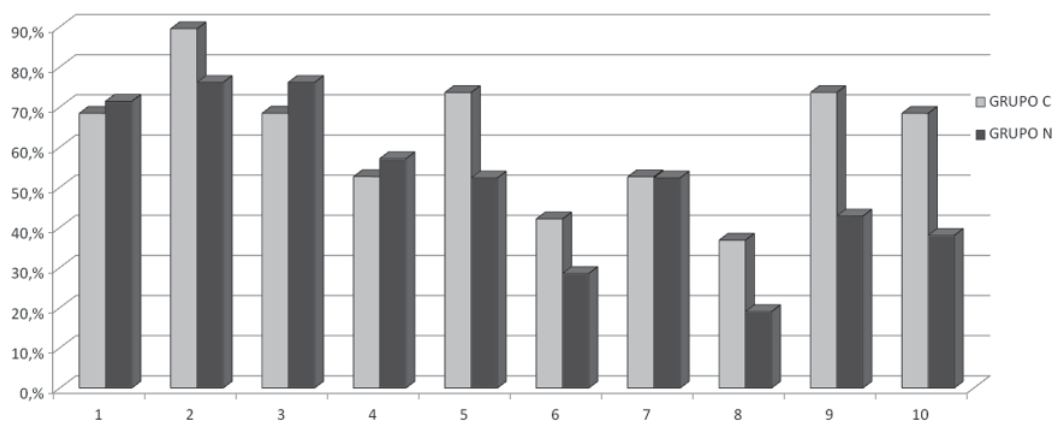


Fig. 2. Resultados de evaluación de propuesta. Fuente: los autores

Tabla II. Resultados cualitativos de la evaluación.

Preg.	Esperado	Encontrado
1	Dados dos puntos, el estudiante encuentra la expresión algebraica de una función lineal. También debe encontrar los interceptos con los ejes y calcular algunos valores funcionales.	En esta pregunta vemos como la mayoría de estudiantes encuentran adecuadamente la expresión algebraica de la función; sin embargo, se encuentra que algunos estudiantes presentan confusión para hallar los cortes con los ejes y buscar algunos valores funcionales.
2	A través de la descripción verbal de ciertas transformaciones aplicadas a la gráfica de una función, los estudiantes encuentran la expresión algebraica de dicha función.	Esta pregunta tuvo el mayor porcentaje de acierto, dentro de las respuestas equivocadas encontramos como los estudiantes confunden las transformaciones que hacen desplazarse a la gráfica a la derecha o la izquierda y la compresión o alargamiento vertical.
3	Dadas dos funciones expresadas en su forma algebraica, los estudiantes encuentran el resultado de efectuar varias operaciones entre ellas.	En esta pregunta vemos como los estudiantes reconocen las operaciones entre funciones, la dificultad se presenta cuando los estudiantes deben encontrar un valor funcional después de efectuar una operación entre dos funciones.
4	A partir de la expresión algebraica; los estudiantes reconocen varios aspectos de la función (dominio, rango, valores funcionales, interceptos, solución de ecuación $f(x)=c$, intervalos de monotonía)	En esta pregunta vemos como los estudiantes reconocen algunas generalidades de la función a partir de la expresión algebraica, dentro de las respuestas equivocadas encontramos que hay dificultad para encontrar los cortes con los ejes.
5	A partir de la gráfica; los estudiantes reconocen varios aspectos de la función (dominio, rango, valores funcionales, interceptos, solución de ecuación $f(x)=c$, intervalos de monotonía)	En esta pregunta vemos como los estudiantes reconocen algunas generalidades de la función a partir de la gráfica, dentro de las respuestas no acertadas la que más se repitió fue el rango de la función.
6	Los estudiantes pueden resolver un problema de aplicación de función cuadrática que requiere construir el modelo. Deben entender el problema, seleccionar estrategias de solución y evaluar lo razonable de la respuesta.	Vemos como muchos estudiantes utilizan las tres fases de la modelación, la dificultad en la mayoría de ellos se presenta cuando deben seleccionar el objeto matemático con el cual deben abordar y dar solución al problema.
7	Dadas dos funciones, presentadas de forma gráfica o algebraica, los estudiantes encuentran grafica o algebraicamente el resultado de efectuar algunas operaciones entre ellas.	Los estudiantes encuentran el resultado de la operación entre dos funciones cuando estas se dan de forma algebraica, pero cuando estas se presentan de forma gráfica es muy difícil para ellos entregar el resultado de la operación en forma gráfica.
8	Los estudiantes pueden resolver un problema de aplicación de función lineal que requiere construir el modelo. Deben entender el problema, seleccionar estrategias de solución y evaluar lo razonable de la respuesta.	Vemos como muchos estudiantes utilizan las tres fases de la modelación, la dificultad en la mayoría de ellos se presenta cuando deben seleccionar el objeto matemático con el cual deben abordar y dar solución al problema.
9	A partir de una función básica, los estudiantes pueden construir la gráfica de una función más compleja y describir las transformaciones realizadas para encontrarla.	La mayoría de los estudiantes reconoce las transformaciones necesarias para obtener la gráfica de una función compleja, se presenta dificultad para graficar la función cuando hay una compresión o alargamiento vertical.
10	Teniendo la expresión algebraica de una función, los estudiantes encuentran la gráfica de esta función, dominio, rango y algunos valores funcionales.	La mayoría de estudiantes son capaces de establecer la relación entre la representación algebraica y gráfica de la función, se presenta dificultad cuando tiene que graficar una función que presenta una restricción en su dominio.

VI. LA DISCUSIÓN

Para el análisis de resultados se estableció la relación entre los tres cerebros, las competencias que se abordan en matemáticas [11][12] y las dificultades que presentan los estudiantes en el estudio de las matemáticas, de la siguiente manera (ver tabla III).

Cuando los estudiantes deben resolver un problema requieren del conocimiento de fórmulas, definiciones y algoritmos, por lo general estos procedimientos se han trabajado y memorizado en la clase, sin embargo, no se dedica mucho tiempo para reflexionar sobre las implicaciones de sus respuestas. En términos de competencias se podría decir que desarrollan más las competencias que con anterioridad se han relacionado con el cerebro lógico y el operativo, dejando rezagado a las correspondientes con el cerebro creativo.

Resulta ser un aprendizaje más integral dado que considera actividades específicas para cada uno de los cerebros como constructor de conocimiento desde el tricerebral y el modelamiento matemático. Es una manera de planificar y gestionar contenidos teóricos mediante actividades apoyadas en la teoría tricerebral y el modelamiento matemático.

Se encontró una marcada tendencia en los estudiantes a tratar resolver problemas usando solo algoritmos, ante esto, se deben abandonar las prácticas rutinarias y convencionales para dar paso a la inclusión de la modelación, la visualización y diferentes formas de representación en la enseñanza del concepto de función. No es solamente “entrenar” a los jóvenes para utilizar la matemática en determinadas situaciones hipotéticas expuestas por el profesor, con patrones definidos y estudiados

con anterioridad, para que puedan utilizar herramientas o algoritmos que se han establecido como apropiados, es decir, volverlos hábiles calculistas, la finalidad es darles la oportunidad para que puedan razonar críticamente, poder predecir y elegir de manera razonable lo mejor para el beneficio colectivo ante situaciones reales en tiempo real, enfrentándose así a innumerables variables.

La propuesta considera componentes tales como las necesidades, fortalezas y debilidades de los estudiantes con base en las cuales se diseña una estrategia desde la que potencian los tres cerebros con referencia al concepto de función, cuyo propósito principal se centra en la estimulación del razonamiento integrando ideas y conceptos en coherencia con lo lógico, lo práctico y lo creativo garantizando un aprendizaje integral dentro del campo del pensamiento matemático [13].

Aplicación práctica de los resultados desde la propuesta y desarrollo desarrolla una enseñanza acorde con las necesidades, fortalezas y debilidades de los estudiantes donde se potencian los tres cerebros el izquierdo (lógico), central (operativo) y derecho (creativo) [14][15]. Es así desde ella se mejora notablemente el aprendizaje integral del concepto de función desde los componentes lógico, operativo y creativa del mismo en nuestro grupo control, adicionalmente encontramos la incorporación de las matemáticas a situaciones cotidianas.

Es de notar que una intención de la enseñanza de la matemática es que los estudiantes incorporen los conocimientos adquiridos durante su vida escolar a su vida diaria, sin embargo, pocos lo hacen, pues es difícil para ellos desarrollar la capacidad para relacionar los aprendizajes en matemática con las situaciones cotidianas. Es allí donde el modelamiento matemático se convierte

Tabla III. Triangulación de la información.

	Cerebro lógico	Cerebro operativo	Cerebro creativo
Competencias	Organización e Interpretación	Formulación, representación y ejecución	Argumentación y proposición
Dificultades	Interpretación del lenguaje algebraico y relación entre tipos de variables	El manejo de las representaciones (tabular, gráfico y algebraico) de la función y sus operaciones.	Validar, justificar y plantear alternativas de solución.

en herramienta facilitadora de los procesos de enseñanza-aprendizaje y articulando la reflexión el actuar en sociedad para generar la meta cognición.

REFERENCIAS

- [1] J. López, “Dificultades conceptuales y procedimientos asociados al concepto de función”, Universidad Autónoma de Yucatán. Facultad de educación. 2007.
- [2] J. Stewart, “Calculo de una variable. Conceptos y contextos”. Cengage Learning. 2010.
- [3] C. Vasco, “El pensamiento variacional y la modelación”. Universidad del Valle. Universidad de Manizales. 2010.
- [4] M. Spivak, “Calculus”. Tomo 1. Barcelona: Reverté. 1975.
- [5] J. Núñez y A. Sánchez, “Propuesta para la enseñanza aprendizaje del concepto de función en estudiantes de pensamiento matemático de la Universidad Jorge Tadeo Lozano”. Tesis de grado de Maestro en educación. Universidad Cooperativa de Colombia. 2016.
- [6] J. Nuñez y A. Sánchez, “Modelamiento matemático como herramienta matemática de articulación de la matemática universitaria en estudiantes de pre calculo”. Revista Ingeniería, matemáticas y ciencias de la información. Volumen 3. Número 5. Enero a junio; páginas 37 a 50. DOI <http://dx.doi.org/10.21017/rimci.2016.v3.n5.a4>. 2016.
- [7] A. Martínez, “Propuesta didáctica para lograr al aprendizaje significativo del concepto de función mediante la modelación y simulación”. 2011.
- [8] U. Cárcamo, “Modelo dinámico del aprendizaje de la matemática aplicada: una propuesta”. Revista Universidad EAFIT, [S.l.], v. 33, n. 106, p. 75-95, jul. 2012. ISSN 0120-341X. 2016.
- [9] C. Velandía, “Metodología Interdisciplinaria”. Centrada en Equipos de Aprendizaje. Medellín: Teoría del color. 2006.
- [10] F. Cordero y T. Suarez, “Modelación-graficacion una categoría para la matemática escolar”. Resultados de un estudio socio epistemológico. Revista de investigación en matemática. Recuperado en: <http://www.clame.org.mx/relime/201018d.pdf>. 2010.
- [11] Ministerio de Educación Nacional. Estándares Básicos De Competencias en lenguaje, en matemáticas, ciencias sociales, CVN. P.46-82. 2006
- [12] ICFES. Lineamientos generales para la presentación del examen de Estado Saber 11°. 2015.
- [13] M. Díaz, Memorias VIII. Encuentro Nacional de Educación Matemática y Estadística. Pensamiento Visual y Pensamiento variacional. 2009.
- [14] Hernández, W. G. La depuración como competencia en la formación del profesional informático. Revista Ingeniería, Matemáticas y Ciencias de la Información Vol. 4 / Núm. 7 / enero-junio de 2017; pág., 4(7), 57-69. 2017. <http://dx.doi.org/10.21017/rimci.2017.v4.n7.a22>
- [15] H. Hernández Cruz. La lúdica en el aula de ingeniería. Revisión de experiencias. *Revista Ingeniería, Matemáticas Y Ciencias De La Información*, 2(3). Recuperado a partir de <http://ojs.urepublicana.edu.co/index.php/ingenieria/article/view/239>. 2015.