LÓGICA BÁSICA

Reflexiones Epistemológicas, Históricas y Filosóficas

Volumen II- I Parte

MAGDALENA PRADILLA RUEDA

LÓGICA BÁSICA

REFLEXIONES EPISTEMOLÓGICAS, HISTÓRICAS Y FILOSÓFICAS

VOLUMEN II- I PARTE

EDICIONES
NUEVA JURÍDICA

Fondo de Publicaciones
Corporación Universitaria Republicana

2017

Publicación some da a pares académicos (*Peer Review Double Blinded*).

ISBN 978-958-5447-25-7

Diagramación y corrección:

Ediciones Nueva Jurídica
Móvil: 310 5627526 - 310 5627538
E-mail: nueva_juridica@yahoo.com
www.nuevajuridica.com

Hecho el depósito que exige la ley.

Magdalena Pradilla Rueda

Doctor y Magister en Informática y Matemáticas Aplicadas a Ciencias Sociales, Universidad de Grenoble (Francia); Doctor y Magister en Filosofía, Universidad Paris 1- Panthéon Sorbonne. Informática de la Universidad de Grenoble. Desarrollo de temas de investigación relacionados con la Lógica y la Informática, los Lenguajes Formales y Computacionales y la Epistemología de la Lógica. Actualmente Investigadora en el Centro de Investigaciones de la Corporación Universitaria Republicana.

Dedicatoria:

La obra esta dedicada al profesor, matemático y buen amigo
Guillermo Arias Paez

Índice general

PRÓLOGO

El actual Volumen II, primera parte, de la obra titulada "Pensar las Matemáticas", corresponde a la *Lógica Básica*, el cual muestra la evolución de ésta ciencia en su construcción progresiva que provee herramientas de más en más potentes, precisas y estructuradas que hacen posible la formalización de diversos campos de la racionalidad.

Como estrategia de desarrollo de la obra, en general, se ha planteado la presentación de los diferentes objetos matemáticos y lógicos dentro de su contexto histórico para una mejor comprensión, sabiendo que un objeto actual se aprehende verdaderamente si se muestra desde su génesis. Así mismo, se señalan los problemas epistemológicos y filosóficos que conlleva esta estrategia y que amplían la comprensión del objeto estudiado.

Esta publicación es el resultado del proyecto de investigación "Desarrollo de Didácticas sobre Matemáticas Fundamentales", correspondiente a la línea de Investigación *Pedagogía de las Matemáticas* del Grupo de Investigación de Matemáticas y Ciencias de Información.

El proyecto como tal, se propone nivelar y proporcionar un conocimiento adicional a los estudiantes de los primeros semestres de Matemáticas, Ingenierías y demás carreras que requieran el conocimiento de las Matemáticas. Nivelación que responde a las falencias inherentes presentadas en el Sistema Educativo en Colombia, particularmente en el campo de la Matemática, evidenciadas en las pruebas nacionales: Saber 11 e Internacionales: Pisa.

Como productos de la investigación se prevé la definición, conceptualización y desarrollo de ayudas didácticas representadas prioritariamente en la obra general "Pensar las Matemáticas", la cual está estructurada según rama de la matemática, organizada por volúmenes como por ejemplo: Lógica, Geometría, etc. Estos volúmenes recogen las problemáticas y contenidos específicos de cada una de estas ramas, soportadas por los contextos históricos, epistemológicos y filosóficos, lo mismo que la parte técnica y demostrativa basadas en el simbolismo requerido.

Los agradecimientos van para los profesores de la Université de Paris I, Mme. C. Chauviré y del Institut d'Histoire et Philosophie en Sciences et Technologie de Paris I, Philippe de Rouilhan, lo mismo que al Padre Alvaro Duque, profesor de Matemáticas de la Universidad Javeriana, por sus grandes aportes a este estudio. Igualmente los agradecimientos póstumos para el matemático Guillermo Arias que contribuyó a la conceptualización de este volumen. Así mismo, los agradecimientos al Centro de Investigación de la Corporación Universitaria Republicana, a sus directivas y los diferentes investigadores que hicieron posible la realización de este segundo volumen en su primera parte.

1. INTRODUCCIÓN.

> *De la misma manera que el término "bello" envía a la estética y el término "bueno" a la ética, el término "verdadero" envía a la lógica. Cierto es que, todas las ciencias tienen la verdad como objetivo, pero la lógica se ocupa de otra manera. Ella trata la verdad como la física trata el peso o el calor. (Gottlob Frege: Écrits logiques et philosophiques. Recherches logiques, 1 La Pensée 1970 170)*[1].

El término *lógica* directamente formado sobre el término griego λόγος (*logos*), hereda los diferentes significados de su origen filosófico. La *lógica* es una cierta ciencia de la razón o del pensamiento o una cierta técnica o arte, que se puede pensar como el estudio de la razón en el lenguaje o el estudio del discurso racional.

El desarrollo de la *lógica* tomó mucho tiempo para develar su originalidad propia, y puede pensarse no como una lógica sino como una *diversidad de lógicas.* Así en la antigüedad con *Platón* no se distingue de la filosofía misma que es dialéctica y metafísica. En Aristóteles recibe un estatuto autónomo y constituye un objeto sistemáticamente explorado, en estos dos filósofos se reconoce una *lógica ontológica*. Con los estoicos y hasta los tiempos modernos, la confusión, entre la lógica y la dialéctica persiste y en otro sentido, hasta el siglo XIX, la lógica es aristotélica es decir reducida a la silogística y puede llamarse *lógica formal.*

De esta manera, Kant, llama *lógica formal* la teoría del silogismo que juzgaba definitiva. Sin embargo alrededor de 1850 un evento de importancia capital se produce, tanto para la lógica como también para el pensamiento occidental en general: la lógica que está en la órbita del lenguaje, la intuición, el razonamiento discursivo y el pensamiento especulativo se desplaza hacia la proximidad directa de las matemáticas. Se asiste desde entonces, a una matematización, a una algebraización de la lógica que va mas allá de una traducción en símbolos algebraicos de la antigua lógica dialéctica o silogística, se trata de una forma de pensamiento, de una práctica y de una aproximación del *logos* completamente diferente. Se

---

[1] Publicado en *Beiträge zur Philosophie des deutschen Idealismus* (1), 1918-1919, p. 58 a 77 (N.d.T).

llamará primero *Algebra de la lógica* (Boole) y más tarde *Lógica matemática* la cual es formal, simbólica y axiomática.

Esta última lógica, en uno de sus desarrollos está confinada a razonamientos sobre *objetos finitos* (colecciones finitas) pero presenta problemas de inferencia cuando se piensa en *objetos infinitos* (teoría de conjuntos), lo cual conlleva a reconocer que el estudio de objetos diferentes a los finitos hace llamado a lógicas diferentes, como una lógica del infinito, o lógicas plurivalentes o modales. La admisión, de esta manera, de varias lógicas en esta lógica matemática trae como consecuencia que, la universalidad, la unidad y lo absoluto que se atribuye a la lógica ontológica y formal se rompe y da lugar a diferentes mundos y las lógicas son relativas a cada uno de estos mundos perdiendo la unidad y la universalidad primera.

En este sentido, es difícil tener una definición de la lógica y todo depende de la época y del lógico considerado y por lo cual tampoco se puede hablar de la *lógica* sino de las *lógicas*. Lo cual nos lleva a tener muchas definiciones de la lógica, entre ellas:

- Estudio de las leyes del pensamiento
- Estudio de las condiciones de verdad o de las condiciones formales de la verdad
- Ciencia de las formas del razonamiento
- Disciplina que analiza el significado de los conceptos comunes a todas las ciencias y establece las leyes generales que gobiernan los conceptos (Tarski).
- Ciencia que tiene por objeto el juicio de apreciación en tanto que se aplique a la distinción de lo verdadero y lo falso (Lalande)
- Ciencia que estudia los principios generales del pensamiento válido (Keynes)
- Ciencia de las leyes necesarias del entendimiento y de la razón en general (Kant)
- Estudio de los medios para discernir entre las inferencias (argumentos) válidas y las otras.

A partir de estas bases, presentamos este estudio de *Lógica Básica*, el cual se estructuró según las etapas históricas de su desarrollo, por capítulos, de la siguiente manera:

- Capítulo 2: Los Antecesores de la Lógica

Donde se plantea, en la sociedad griega, la base de un pensamiento implícito que se vuelve explícito o manifiesto; históricamente se realiza un paso entre el *mito y la razón,* adquiriendo ésta una supremacía con el desarrollo de un lenguaje común, que da el soporte a la *dialéctica* utilizada por Platón, quien define la *ley lógica.*

- Capítulo 3: Aristóteles y la Fundación de la Lógica

  Se presentan el desarrollo de los conceptos angulares de la lógica llamada aristotélica, como el de *proposición, las inferencias inmediatas* con la *conversión y la oposición, las inferencias mediatas como* el *silogismo,* la *inducción y demostración.*

- Capítulo 4: Los Megáricos y los Estoicos

  Se plantean las bases de la dialéctica de los Megáricos, de la *implicación* y el desarrollo lógico posterior de los Estoicos a partir de hechos y no de esencias como en Aristóteles y su cálculo sobre signos e innovación en el lenguaje.

- Capítulo 5: La Lógica Medieval (siglo VI-XV)

  Su auge se ve en el siglo XII con la invención de las primeras universidades en Bolonia, Paris y Oxford, que luego se propaga a través de Europa hasta el final del siglo XV. Aquí, se retoman los textos antiguos, su análisis crítico y la enseñanza de sus mensajes.

  La lógica es una enseñanza de base como parte integrante del ciclo de estudios del nivel elemental (*trívium*), por lo cual se buscaron maneras asequibles para su enseñanza. La lógica Escolástica concilia la doctrina tradicional (fundada sobre la Biblia) con la enseñanza aristotélica, cuya síntesis fue operada por *Tomás de Aquino*.

- Capítulo 6: Los Tiempos Modernos y el Renacimiento

  Se afirma la idea del ”hombre honesto” que se opone al “ hombre pedante”, el escolástico, con ideas estrechas de la *escuela.* Aristóteles es eclipsado y Platón toma el relevo, la lógica que queda es la lógica de los pedagogos. Del silogismo y de la teoría de la prueba, se gira hacia la teoría de la argumentación, la dialéctica y la retórica (mitad siglo XIV). No enfatiza en la técnica y se dirige al hombre. Lo que se quiere es un método potente y operativo, capaz de guiar útilmente la actividad intelectual en la búsqueda de la verdad. Se destacan como representantes: *Pierre de la Ramée*, *René Descartes, Blaise Pascal* y la *Lógica de Port Royal.*

- Capítulo 7: La Lógica Simbólica: Leibniz

La relación de la lógica simbólica leibniziana a la lógica matemática se entiende como una relación de anticipación más que de paternidad. Se puede decir que los lineamientos más sobresalientes de la *Lógica de Leibniz* consisten de una parte, fiel a la tradición aristotélica, a completar la silogística por medio de un *arte combinatorio;* por otra parte, la constitución de un lenguaje universal (*lingua characteristica universalis)* teniendo en cuenta no solo los conocimientos matemáticos, sino también los de la jurisprudencia, ontología, filosofía, música, etc. e igualmente, al lado de esta lengua universal, un *cálculo formalizado (calculus ratiotinator).*

- Capítulo 8: La Renovación de la Lógica (siglo XIX : 1850)

La lógica como ciencia formalizada y matematizada fue realizada por *George Boole*, *de Morgan* y *Peirce*, que contribuyeron, en parte, a la realización del proyecto leibniziano. La Lógica está ligada a las matemáticas, porque se basa en verdades matemáticas, como la geometría, y los teoremas geométricos son construidos según la teoría general del simbolismo que constituye el fundamento de lo que se reconoce como el *análisis*.

El cambio de orientación tiene una influencia decisiva en la renovación de la lógica, de la mitad del siglo XIX, estudia las leyes que rigen el algebra ordinaria y las extiende a dominios generales; sus cálculos pueden aplicarse a entidades diferentes a los números, acercándose al cálculo algebraico.

- Capítulo 9: Los Principios de la Lógica Matemática (mitad siglo XIX).

La lógica contemporánea llamada la *lógica matemática*, deja la vía tradicional de la *lógica clásica* y presenta su carácter propio: relaciona las matemáticas con la lógica; una de las formas es la de Boole y la concebida por Frege llamada la *logística.* Ésta presenta la matemática bajo una forma lógicamente rigurosa y clara, la lógica es la auxiliar de la matemática. Igualmente se trata de fundamentar las matemáticas sobre una base segura que es dada por una lógica precisa y formalizada. Frege presenta la *Ideografía* (*Begriffsschrift*), Russell los *Principia Mathematica,* Peano el *Formulario.*

- Capítulo 10: Desarrollos Posteriores de la Lógica Matemática

En los años veinte, surge una relatividad en la lógica lo que muchas veces se llaman *lógicas*, donde lógicas incompatibles se vuelven posibles, en donde no es más la lógica del ser-verdadero, sino una ciencia hipotética-deductiva. Los sistemas lógicos permiten deducir teoremas a partir de axiomas tenidos como hipótesis admitidas, liberándolos de las verdades primeras y estos sistemas aparecen como *lenguajes*. La lógica no es, entonces, una teoría, es decir un sistema de afirmación sobre objetos determinados, sino más parecido a un lenguaje, es decir un conjunto de signos controlados por reglas. La *deducibilidad* y validez, son relativas a un sistema y a un lenguaje lógico.

Se desarrollan varias áreas en esta nueva lógica: el *desarrollo de la sintáctica* con la *teoría de la demostración,* consagrada al estudio sintáctico de las pruebas y a los sistemas de derivación formal, liderado por Hilbert y su escuela en el *Programa de Hilbert*; el desarrollo de la *semántica* o interpretación de los enunciados a partir de modelos que la verifican, diferente al planteamiento de Frege; y la *teoría de la calculabilidad* con el desarrollo de métodos efectivos de cálculo, dando nacimiento a la Informática.

2. LOS ANTECESORES DE LA LÓGICA.

2.1. De lo Tácito a lo Manifiesto.

La distinción de los conocimientos *tácitos* de los *manifiestos,* puede pensarse como la génesis de la ciencia de la lógica. Por ejemplo, el niño o alguien sin mayor conocimiento puede llegar a hablar correctamente, porque una práctica cotidiana lleva a que el niño encuentre cómo se aplican las reglas para hablar de forma comprensible, sin embargo, él no podría determinar las reglas ni la estructura de la lengua que posibilitarían su uso correcto. Así, una regla de gramática o de lógica no será conocida explícitamente solamente a partir de su uso, se necesita que estas reglas o leyes se formulen expresamente. Se puede pensar que, la lógica como ciencia presupone un uso espontáneo, como las reglas de la gramática de una lengua presuponen el uso de la lengua; comienza entonces, esta lógica, desde su uso tácito en una práctica, para luego expresarse como reglas y luego entonces como una teoría.

Para que la lógica llegue a su estado *manifiesto o explícito*, históricamente se realiza un paso entre el *mito y la razón,* adquiriendo ésta una supremacía y el desarrollo de un lenguaje común que da el soporte a este tipo de pensamiento.

- Supremacía de la Razón

En las ciudades griegas del Asia Menor emergen en el siglo VI a. C. una forma de pensamiento abstracto que se considera como la fuente de la ciencia occidental (Dahan/ Peifer 1986 43-45). Los principios de la filosofía y de la ciencia deductiva se desarrollaron en Mileto[2], sus orígenes son míticos y rituales (Vernant 1972 y Detienne 1981) pero se liberan de la magia y de la religión lentamente para entrar en el dominio de la razón.

En la historia de la sociedad griega se encuentran los rasgos fundamentales que explican el abandono del mito o el paso de unas estructuras organizadoras *inconscientes* a una deliberada tentativa de describir a la vez el funcionamiento del Universo y el funcionamiento de los grupos humanos (Detienne 1981 8). Igualmente, el pensamiento racional nace en un marco político, económico y social bien definido, el de la *πόλις* (*polis*), en donde ésta misma hizo su aparición aprovechando una crisis decisiva de la soberanía, en un espacio social libre de la obsesiva presencia de un monarca.

Sin embargo, hay historiadores que plantean que existe ya una *razón* en el *mito* (Vernant 1972), debido a la representación primaria que el hombre griego se hace de la *verdad*, *αληθεια* (aletheia), en donde se pueden ver varios momentos de ella, en el periodo mítico:

- La *verdad* tomada en el momento en que aún es privilegiada de determinados grupos de hombres, los poetas, adivinos, adiestrados en el aprendizaje de "la memoria", de la musa, la única que sabe "lo que fue, lo que es y lo que será"; la verdad como elogio y desaprobación, capaz de engrandecer y de disminuir o de ser verídica o mentirosa.

-La integración de la naturaleza y de la sociedad se produce en el seno de la *persona real* soportada por un Dios, se posee la *verdad* centrada en el rey, él es el dispensador de lo verdadero y de lo falso.

- El paso del personaje real al Dios solo, en donde desaparece el rey como el soporte social que lo anima, de manera que, Dios y los hombres cuentan ya con un destino separado: el tiempo de Dios se separa progresivamente del de los hombres. Paralelamente, toda verdad es *enigma* y todo aquel que dice la verdad es, él mismo enigma. No hay contradicción entre lo verdadero y lo falso, la verdad *αληθεια* (*aletheia*) y el olvido *ληθεια* (*letheia*), sin embargo se desarrolla entre los dos una zona intermedia en la que *aletheia* se desliza hacia *letheia* y recíprocamente. La negatividad no queda aislada, constituye un pliegue de la verdad, es como su sombra inseparable.

-A esta ambivalencia de la *verdad enigma,* en las obras más antiguas del pensamiento griego sucede, en la ciudad clásica, una ambigüedad de la

[2] Mileto, ciudad de potencia comercial y gran centro intelectual abierto a las influencias orientales.

acción. Frente al riesgo permanente que cada decisión colectiva presenta, guerra o paz, por ejemplo, la ciudad elabora lentamente una verdad que surge de la *palabra –diálogo*, diálogo de los grupos sociales que se enfrentan en el terreno político, diálogo de los oradores que proponen tal o cual decisión. La palabra eficaz perderá en lo sucesivo su soberanía y el diálogo integrará la ambivalencia de las varias interpretaciones de una expresión y la *verdad* entra en el mundo de lo *relativo*.

Con estas bases de razón dentro de la mítica griega, se opera una reorientación intelectual y se busca, en lugar de un factor de explicación fundada sobre los dioses antropomórficos, los principios naturales y racionales, susceptibles de explicar el orden del mundo y el lugar del hombre. Es aquí donde los *milesianos* transportan a un *plano abstracto* las explicaciones del mundo sensible que proponen las mitologías antiguas. Las estructuras de sus descripciones del Universo, en una primera etapa de la *razón,* corresponden a aquellas de los *mitos*; luego de un estado de no-distinción y de confusión donde todas las cosas están mezcladas, se llega a encontrar ciertas parejas de opuestos como calor-frio, seco- húmedo, que surgen para luego interrelacionarse. Sin embargo la base mítica queda presente en todas las concepciones, cuyo reflejo se ve en las condiciones sociales de la polis, que siguen una profunda mutación en el siglo VI a.C. Así, se ve una lucha aguda entre las gentes de bien y los artesanos y se llega a un cambio en el que el conjunto de los ciudadanos, *δεσμος* (*desmos*), accede a la libertad y al poder.

De manera que, los principios fundamentales buscados por los milesianos, se ven reflejados en:

- La pregunta sobre el origen primero *αρχη* (*arch*é) y la ley fundamental del mundo *λογος (logos)*, al que se le suma la búsqueda de un principio de *unidad.*

- Los temas ligados al concepto de *αληθεια* (*aletheia*), lo que no se esconde, lo que se devela, como: el *ser, la verdad o el conocimiento verdadero.*

- La reflexión sobre la naturaleza del hombre y su determinación ética, como la calidad del alma, el bien: *αγαθον (agathon)*, la virtud: *αρετη (arété)* y la felicidad: *ευδαμονια* (*eudemonía).*

Las respuestas a estos principios presentados, se desarrollan en un proceso que conforma uno de los rasgos característicos de la sociedad griega, inclusive en una época arcaica, el *αγον* (*agon*), la rivalidad, el combate, en donde los concursos olímpicos son una forma pacífica de este *agon*. Los griegos suscitan situaciones conflictuales y se oponen a fuerzas concurrentes, para lo cual se buscan adversarios que les permitan afirmarse y consolidar sus opiniones y les permiten perfeccionar sus habilidades oratorias. Es una civilización de la *palabra* en la cual los sistemas de explicación del mundo, no pudiendo decirse más en el sistema de los mitos, se presentan como problemas sometidos a la discusión, susceptibles de respuestas afirmativas o negativas.

El paso progresivo del mito a la razón da cuenta de la mentalidad del pueblo griego, del espíritu de combate y refleja la organización socio-política dentro de la πολις *(polis*), en donde el acontecimiento del *pensamiento abstracto* que surge dentro de las ciudades corresponde, en el plano político, a la puesta en funcionamiento del *principio de libertad* y de *soberanía del pueblo*, y en el plano social a un periodo de cambios profundos. Igualmente, una parte del saber adquirido por intelectuales como matemáticos y filósofos, no es de propiedad exclusiva de éstos, sino que a través de debates públicos, se vuelve un *bien común* de todos los ciudadanos; por ejemplo, las proposiciones matemáticas pasan de ser simples enunciados que traducen hechos empíricos, a ser demostraciones y proposiciones de conocimiento general (*bien público*), por medio de discusiones sobre la selección de las demostraciones que conducen de una o varias proposiciones (premisas), a una conclusión necesaria.

La lógica, nace así en los griegos, en el momento de la supremacía de la razón, de la *crítica de argumentos* (sofistas, …) y de la idea del *ser permanente* (aparece bajo la forma de *sistema* en la obra de Aristóteles). Los griegos habían introducido conceptos negativos (infinito, ilimitado, indefinido, indeterminado), sin embargo la racionalidad de la *simetría* y del *orden* se muestra prioritaria y salvo ciertas excepciones, como Heráclito, los grandes pensadores atribuyeron a lo *fijo* un valor ontológico más grande que a lo que se *mueve o cambia*. Lo que cambia es particular e incompleto y accesible solamente por los sentidos, Aristóteles lo señala como *accidente*; al contrario las *substancias* son heterogéneas dotadas de un lugar determinado en la armonía del *gran todo,* ésta armonía es el λογος *(logos),* el cual se refleja en el lenguaje.

- El Lenguaje común

Los griegos utilizaban un solo lenguaje que contenía el saber de la humanidad, el del *sentido común*, el cual se filtraba, se analizaba y se transformaba en conocimiento. De manera que, la verdad sobre un objeto se obtenía profundizando lo que el lenguaje cotidiano decía. En los diálogos platónicos las consideraciones sobre la virtud, la verdad, …

etc. no estaban ligadas a establecer *definiciones nominales*, ellas tienden a la esencia del objeto, por comparación a las opiniones comunes (*τα 'ενδοξα: creencias aceptadas por un grupo*). Esta concepción verbal literaria-filosófica, de la ciencia y del conocimiento, que la acerca más al arte de explicar un texto, es la consecuencia de haber aceptado que conocer es referirse a significados[3]. Sin embargo, la utilización de este lenguaje común lleva luego a la posibilidad de buscar lenguajes más acordes con un pensamiento abstracto como el de la lógica.

Anotaciones

Con estas bases de razonamiento planteadas por los primeros griegos, nos acercamos a una primera estructura de la lógica: la *dialéctica*. Igualmente Platón va a presentarnos sus primeras bases de su sistema lógico, con el concepto de *ley*, que permiten luego a Aristóteles crear la lógica como tal.

2.2. Los Dialécticos.

La palabra *dialéctica* viene del verbo griego *διαλεγσθαι*, que significa conversar, discutir con alguien; concierne, entonces, a la práctica del diálogo y el combate que nace como lo hemos visto, a partir del *αγον* (*agon*). Luego tomó un sentido más preciso en la medida que esta práctica se volvía más consciente de sus procedimientos, designa una discusión institucionalizada, que se organiza en presencia de un público que sigue el debate (como una especie de torneo entre interlocutores que presentan dos tesis contradictorias). La dialéctica se eleva al nivel de arte (*τεχνη*), el *arte de triunfar sobre el adversario*, rechazando o convenciéndolo de la argumentación. La práctica de este arte se encuentra ligada al ataque de una o varias tesis opuestas, exige, para llegar al objetivo, sobrepasar al rival por medio de la ingeniosidad, la finura y la sutileza de la argumentación, por lo cual se expone a la tentación de usar astucias que pueden ser fraudulentas, en ciertos casos (la sofística, por ejemplo, da la apariencia exterior de un razonamiento irreprochable a un razonamiento erróneo)[4]. No

[3] Lo que suscita en los modernos, la protesta de los nominalistas, que plantean que analizar las palabras no procura el saber de esas cosas.

[4] Este refinamiento en la práctica del diálogo que lo eleva al rango de arte, se tiene por *Zenón de Eléa*, inventor de la dialéctica, quien aplicaba a las discusiones filosóficas el procedimiento de la reducción al imposible, usado ya por los pitagóricos en la demostración de la inconmesurabilidad de la diagonal del cuadrado. Se encuentra un uso análogo en Sócrates, con la diferencia que él practica una reducción a la falsedad del argumento sin llegar al absurdo o al imposible (Blanché/Dubucs 1996 17-20).

obstante, tanto la introducción del razonamiento por el absurdo o *apagógico* *('απαγογη)*, como la práctica de denunciar errores de razonamiento en la argumentación, se ve un discernimiento entre razonamientos correctos e incorrectos que se requiere para la habilidad dialéctica y supone un saber lógico implícito.

Igualmente, los juegos verbales que llaman la atención e incitan a buscar el error del argumento, ejercidos por los *megáricos*[5], contribuyen a afinar el uso de la dialéctica[6].

De esta manera, la dialéctica, bajo diferentes aspectos, prepara el nacimiento de la lógica, porque para llegar a ser un arte, la dialéctica supone un estudio de las articulaciones lógicas del discurso, de las relaciones de consecuencia o incompatibilidad entre las proposiciones. Igualmente, es necesario reconocer y analizar los diversos modos de argumentación y saber distinguir entre los encadenamientos legítimos y los incorrectos. Sin embargo, existen dos aspectos que es necesario sobrepasar para llegar a la lógica:

- Su saber sobre el razonamiento lógico está en el estado implícito, es un arte, una técnica, da reglas, pero sin llegar a despejar y a formular sistemáticamente las leyes que las justifican.
- Su carácter de *combate* se focaliza sobre su aspecto de rechazo y de desinterés en el aspecto científico del argumento. Inclusive si la reducción al absurdo o el análisis de los sofistas pueden entrar dentro de la lógica, no ocupan sino un lugar muy restringido de ésta, porque lo esencial se va a relacionar con un razonamiento directo y afirmativo. Por el contrario, la argumentación dialéctica es sobre todo un razonamiento negativo o crítico, antes que un razonamiento positivo y constructivo, que es lo que pretende la lógica como tal.

2.3. PLATÓN.

Platón[7] para la base de la lógica presenta un descubrimiento capital, que enuncia claramente, la idea de la *ley lógica*. Él nos explica que, así como hay leyes que regulan el curso de los astros, hay leyes que regulan el curso de los razonamientos; solamente, mientras que los astros, que son divinos,

---

5 Los Megáricos (V –III a.C.), escuela filosófica griega, dialéctica, preocupada por contradecir, son nominalistas, no admiten sino individualidades y niegan las esencias.

6 La famosa paradoja del mentiroso propuesta por Eubulido de la escuela megárica, ha hecho trabajar la sagacidad de los lógicos de todos los tiempos

7 Platón filósofo griego (427-347 a. C.) funda la Academia en el 385 a. C. que subsiste más de 1000 años.

respetan siempre las leyes, los hombres violan las leyes de los razonamientos, porque no se tiene una visión clara y se cae en el error. Para evitar esto, es necesario aprender a conocer estas leyes, que sería el propósito de la lógica[8].

Por otro lado, Platón presenta la dialéctica como conformada por dos momentos sucesivos e inversos: un movimiento ascendente por el cual llegamos a la *Idea Suprema,* aquella del *Bien* o del *Uno*; luego un movimiento descendente que nos hace recorrer, por una sucesión de divisiones, convenientemente trazadas, la jerarquía de las especies hasta las especies últimas[9]. La definición *universal*, para Platón, es aquella que caracteriza un concepto, como *virtud*, por ejemplo, atribuyéndole una propiedad común a todos los casos donde se va a aplicar el concepto; y es por una *inducción* a partir de ejemplos que se llega al universal. Para pasar de la simple opinión a una ciencia verdadera, es necesario llegar a su esencia, encontrando el lazo necesario que asegura la coherencia de las propiedades reunidas en la definición. Se ve una transformación de la filosofía socrática en la filosofía platónica de la *Idea*, que es una entidad y existe separadamente de los objetos singulares, las *ideas* juegan, entonces, el papel de paradigmas.

Anotaciones Epistemológicas

Este concepto de *Idea,* es la que después Aristóteles, no puede aceptar, porque la posibilidad de una proposición atributiva (*S es P,* o *P pertenece a S*) es difícil de realizar. De manera que, si cada *Idea* en tanto que entidad con existencia propia, separada, debe ser un tipo de *sujeto*, entonces no puede ser *atributo* de un *sujeto* porque posee una singularidad y por esto no se le puede atribuir a varios sujetos. Al contrario, Aristóteles trata el concepto de *Idea* como un predicado susceptible de ser atribuido a un sujeto o a varios sujetos que va a unir en una *clase.* El predicado en común no es una substancia individual, sino que significa o sea una cualidad, una cantidad u otra categoría de ese tipo,

---

8 Esta tesis es formulada en el diálogo del Timeo: "Si un Dios inventó el regalo de la vista, es entonces que, contemplando en el cielo las revoluciones de la inteligencia [divina], hacemos una aplicación a los circuitos que recorren en nosotros las operaciones del pensamiento; estos son de la misma naturaleza que aquellos, pero ellos son imperturbables, estos son perturbables; gracias a este estudio nosotros conocemos los cálculos naturales en su rectitud, y, a la imitación de los movimientos divinos, absolutamente exentos de error, se puede dar una base a la aberración de aquellos que están en nosotros" (Protágoras, 350 c- 351b.).

9 Método inspirado de Sócrates que posteriormente Aristóteles va a tener en cuenta en dos innovaciones importantes, la de los discursos inductivos y la de las definiciones universales.

asegurando de esta manera la legitimidad de la proposición atributiva. Esto conforma la base de la lógica aristotélica, con sus dos interpretaciones que se conjugan, la intensiva (calidad) y la extensiva (cantidad).

3. ARISTÓTELES Y LA FUNDACIÓN DE LA LÓGICA.

En general, los problemas sugeridos por la reflexión sobre el arte del diálogo y los planteamientos de Platón condujeron luego a Aristóteles a la *lógica*. Se distinguen tres etapas en la formación de la lógica por Aristóteles:

- La práctica de la dialéctica al nivel de fórmulas empíricas que se utilizan primordialmente antes de ser presentadas expresamente;
- La explicación y la organización sistemática de las reglas de argumentación dialéctica, que es la obra nueva de Aristóteles en los *Tópicos*;
- El paso del estudio de la argumentación dialéctica a la teoría del razonamiento formal en general, es decir a la *lógica*; es la evolución de sus obras de los *Tópicos* a la *Hermeneia* y a los *Analíticos.*

Se puede decir que estas tres etapas conllevan el desarrollo de varios conceptos, como el de *proposición, las inferencias inmediatas* con la *conversión y la oposición, las inferencias mediatas como* el *silogismo,* la *inducción y demostración.*

3.1. La Proposición.

Aristóteles toma el lenguaje en su dinámica y hace la distinción entre los *sonidos* de ese lenguaje en donde, los unos son expresiones simples elementales que no se pueden descomponer porque no tendrían ningún significado, como los nombres, por ejemplo “hombre”; los otros son expresiones complejas, que son conjuntos unificados, las *proposiciones*, por ejemplo “el hombre corre”. De manera que la relación unificadora, se hace por medio del verbo. Así, el nombre o el verbo solos no presentan sino un simple enunciado, que aunque pudiendo tener sentido, no constituyen una proposición. El verbo es aquello con lo cual alguna cosa se afirma o niega de otra cosa, es decir que relaciona un predicado a un sujeto. Es necesario por esto marcar expresamente la dualidad en el lenguaje, disociando el verbo para enunciar la cópula y el predicado, por ejemplo: “el hombre está corriendo” en lugar de “el hombre corre”, lo que no cambia nada al sentido, pero explica la relación.

Se puede decir que aquí hay una *violencia de la lógica* impuesta al lenguaje natural[10].

Esquemáticamente, las proposiciones elementales de la lógica de Aristóteles, se reducen a lo que los medievales y los modernos expresaron por: "S es P", S representa el sujeto, P representa el predicado. Esta forma se diversifica de varias maneras según afirme o predique[11] en: la substancia, la relación, el lugar, el tiempo, la posición, la posesión, la acción, la pasión, la calidad y la cantidad, por ejemplo: *el hombre está corriendo* (acción), *el hombre está enamorado* (pasión), *el hombre está en la escuela* (lugar), *el hombre está sentado* (posición)… etc. De manera que la formula *S es P,* debe tomarse según el tipo de estas formas[12]. De ellas, la *calidad* y la *cantidad* juegan un papel preponderante en la presentación de su lógica y particularmente para el esquema "S es P":

- La calidad, es de dos clases: afirmativa o negativa[13]; es la *cópula* que asegura la calidad y no los términos de la proposición porque es la que define la relación (unión o separación), de esta manera la proposición será negativa o afirmativa.
- La cantidad tiene dos distinciones: la universal y la particular[14].

---

10 Habría que esperar el siglo XX para la elaboración de lógicas lingüísticas más flexibles que permiten la complejidad del lenguaje ordinario.

11 En *Categorías, 4; Topicos, I, 9.* Por *substancia,* el texto de *Categorías* la llama *ουσια*. En los Tópicos *τι εστι,* se traduce por *esencia.* En el resto de este texto, Aristóteles indica que la esencia puede ser una *substancia (ousia),* una *cualidad* o cualquier otro *predicado* (Blanché/Dubucs 1996 30).

12 Aristóteles, en realidad no saca grandes consecuencias del planteamiento de esta multiplicidad de formas y el hecho de que la mayoría de los atributos se conciban como cualidades, atestigüa de las diferentes especies de proposición presentadas según forma o categoría.

13 Luego con Kant, se encuentra una tercera que es la *indefinida o indeterminada (el es un no hombre)*. En este caso, es sobre el predicado que porta propiamente la negación, no sobre la proposición en su totalidad que es afirmativa y en el caso de su negativa sería: *el no es un hombre.*

14 Para llegar a esta claridad Aristóteles ha realizado un recorrido epistemológico, así:
-En su obra la Hermeneia, diferencia lo universal y lo singular, es decir que considera el sujeto en toda su extensión o solamente una parte de éste, es decir los nombres comunes y los nombres propios que se llaman substantivos que distinguen las substancias primeras: el hombre individual (Juan, Pedro), y las substancias secundarias (hombre) llamadas conceptuales o generales, porque su sujeto determina un concepto o un género.
-En los Analíticos, diferencia: los universales, los particulares y los indefinidos. Universal es la atribución o no atribución a un sujeto tomado universalmente; particular es la atribución o no-atribución a un sujeto tomado particularmente; indefinido es la atribución o no-atribución hecha sin indicación de universalidad o de particularidad.
Al combinar los dos planteamientos, se llega a que la cantidad, tiene cuatro especies de proposiciones: las singulares (Juan es un hombre), los universales (todo hombre es mortal), los particulares (algún hombre es médico), y los indefinidos (el hombre es

De manera general, el esquema *S es P* presenta cuatro clases fundamentales de proposiciones según la cualidad y la cantidad presentadas (los *Tópicos*); así, por la calidad la proposición es afirmativa o negativa y por la cantidad es universal o particular (se considera toda la extensión del sujeto o solamente una parte), por ejemplo:

"todo placer es un bien": afirmación universal (**a**);

"ningún placer es un bien": negación universal (**e**);

"algún placer es un bien": afirmación particular (**i**);

"algún placer no es un bien": negación particular (**o**).

Los símbolos "*a, e, i, o*" son parte de la estructuración escolástica del aristotelicismo, así: ***A*f*i*rmo**: *a, i; N*i*e*g*o*: *e, o* (Ver: *3.2.1.* Figura 1. Cuadrado Lógico y 5.1 *Lógica Medieval- Ars Vetus.*).

Igualmente, Aristóteles quiere precisar el sentido que se le debe concebir a la universalidad y a la particularidad:

- Para la *universalidad*, concibe dos maneras: *la esencial,* el concepto expresa la necesidad de una esencia: "*todo triángulo equilátero es equiángulo*"; y la *extensiva,* como la totalidad de los individuos de una especie o de las especies de un género: "*todos los cuervos son negros*". Los dos sentidos son muy diferentes, lo que hace que no se pueda inferir el uno del otro en cualquier dirección, porque de una totalidad empírica no se puede concluir la necesidad de una esencia e inversamente, de una esencia, no se puede concluir la existencia empírica de los individuos donde ésta se realiza. Desde el punto de vista de la cantidad, es evidente que la interpretación extensiva es la más conveniente.
- Para lo *particular*, se debe entender como *parcial*, cuando afirma o niega el predicado de una parte solamente del sujeto, excluyendo el resto; o se entiende simplemente como un *indeterminado*, que no afirma nada de la totalidad. Decir que "*algún S es P*", es negar que "*ningún S es P*". *Algún* no tiene un sentido restrictivo, lo que lo hace tener un efecto doble y no simple, porque significa a la vez que algunos de los S son P y que todos no lo son, entonces su sentido es indeterminado.

blanco). Sin embargo, en el planteamiento de la silogística, deja de lado los singulares, y trata los indefinidos como particulares, porque según Aristóteles, el individuo no es objeto de ciencia, ni se habla de cantidad, porque solo una clase, no un individuo, tienen una extensión. De manera que, la silogística, desde el punto de vista de la cantidad, cuenta solamente con dos tipos de proposiciones las universales y las particulares (Blanché/ Dubucs 1996 32-34).

Basado en estas dos formas, se plantean dos interpretaciones de una proposición dada, lo que se llama, mas tarde, la interpretación en *extensión* y la interpretación en *intensión* o *comprensión*. Decir que "*el hombre es mortal*" puede significar, o bien que la clase de los hombres está incluida en aquella de los mortales, o bien que el concepto de hombre comprende, entre sus determinaciones, aquel de mortal. Desde el primer punto de vista, hombre entra en mortal, como la especie en el género; desde el segundo punto de vista, es al contrario mortal que, en tanto que concepto, entra en el concepto de hombre.

Anotaciones Epistemológicas.

El planteamiento de la *extensión y* de la *comprensión o intensión* puede ir más allá de la sola lógica, según que se relacione con su concepto filosófico o al contrario que se tome de manera independiente de él. Los filósofos tienden a hacer el lazo y los lógicos a deshacerlo.

L. Brunschvicg (1912 § 48), estima que la apariencia que se da a la lógica de Aristóteles viene de la ruptura de la conexión entre el silogismo y la ontología, creyendo darle a la lógica el valor de una ciencia autónoma y positiva, pero en realidad obscurecía la idea verdadera de la ciencia. Al contrario Lukasiewicz (1951), cree que la filosofía de Aristóteles no altera el valor de su logística, porque él la considera como puramente lógica sin contaminación metafísica[15]. En consecuencia, los filósofos tienden a la interpretación de la *comprensión o intensión*, los lógicos tienden a la *extensión*. Esto debido a que para Aristóteles, filósofo de la substancia, la proposición se interpreta normalmente en comprensión, atribuyendo una cualidad a un sujeto. Mientras que para Aristóteles lógico, la interpretación es la de la extensión, que permite encajar clases sobre las cuales reposa el silogismo. En general Aristóteles, entonces tiene en cuenta los dos puntos de vista:

- Desde el punto de vista *extensionista*, se tiene la relación entre clases, que son del ámbito de la exclusión o que se recubren total o parcialmente, no hay atributos (lo que se opone a su teoría de la proposición y sobre el plano filosófico a su metafísica de las cualidades), y

[15] Citado por Blanché/Dubucs 1996 35.

- Desde el punto de vista de la *comprensión* o *intensionista*, el sujeto desaparece, y la proposición categórica se vuelve hipotética (*si x posee el atributo a, entonces posee el atributo b*), en donde el aparente sujeto de la proposición categórica deja de ser un verdadero sujeto para la proposición y enuncia una relación de implicación entre dos conceptos. Estos dos puntos de vista son la consecuencia de la *desacralización* de las ideas platónicas[16], en donde la proposición atributiva requiere entonces, en virtud de las dos funciones diferentes que se le reconocen al sujeto y al predicado, que se conjuguen las dos acepciones, la extensiva y la intensiva. El sujeto se entiende como una substancia, se considera desde la extensión (se distribuye en clases); mientras que el predicado será entendido como atributo, se considera desde la comprensión o intensión.

Así, cuando se pasa del análisis descriptivo a las consideraciones de *validez formal*, es el punto de vista extensivo que domina, lo que los modernos reconocen después. La comprensión hace llamado a su *sentido* es decir al contenido del concepto, en el que una lógica que se quiere formal se debe abstraer. Mientras que, en extensión solo se tiene relación entre clases, sin ocuparse de lo que es cada una: para razonar formalmente sobre las clases A y B, se necesita saber si A esta incluida en B o inversamente, o si las dos se excluyen mutualmente, o si tienen una parte común. Es por eso que la silogística aristotélica reposa sobre la consideración de la inclusión de clases, es decir sobre una interpretación extensiva de las proposiciones que van a componer el silogismo. Se ve el rol esencial que juega la *cantidad*, noción extensiva por excelencia.

Se puede concluir, que para Aristóteles la lógica es en principio la *rectitud del pensamiento* y la corrección del lenguaje, es una consecuencia.

3.2. LAS INFERENCIAS.

Inferir es razonar y el acto de inferir consiste en sacar una o más proposiciones nuevas juzgadas verdaderas o falsas (llamadas *conclusiones*) de una o de varias proposiciones dadas y conocidas como verdaderas o falsas (llamadas *premisas)*.

[16] Al rechazar una existencia separada de las ideas, Aristóteles les hace jugar el rol de simples predicados, que no tienen propiamente existencia, no son seres, pero hay que presuponer ciertos existentes de los cuales se pueda predicar algo, de manera que en una proposición, tengan el papel de sujetos (Blanché/ Dubucs 1996 35).

Así, en un razonamiento deductivo, la conclusión resulta de la manera de aproximar dos o más proposiciones (*poner junto*, como lo sugiere la palabra misma de συλλογισμόζ, *silogismo*). La proposición consiste en la manera de combinar dos términos, a partir de esta combinación o proposición, se pueden obtener muchas proposiciones nuevas compuestas de los mismos términos, haciendo ver las diferencias según la afirmación o la negación, la universalidad o la particularidad, o permutando los términos. El problema se plantea al determinar, desde un punto de vista formal, la relación lógica de validez de la nueva proposición con relación a la primera, de lo que resultan las "inferencias inmediatas", que son anteriores a las "inferencias mediatas" (el *silogismo*, la pieza maestra de éstas).

En Aristóteles, se encuentra una teoría de la oposición y una teoría de la conversión de las proposiciones, planteadas en principio para las necesidades de la dialéctica, y presentadas desde sus primeras obras lógicas (*Hermeneia*: la oposición y *Analíticas:* la conversión), para las inferencias inmediatas.

3.2.1. Inferencias Inmediatas.

Las inferencias más simples (inmediatas) parten de una sola proposición y cuentan con dos dinámicas para su realización: la oposición y la conversión.

Oposición:

Hay dos maneras de negar una proposición, en donde una proposición tiene dos opuestos y no uno. Así, al lado de la que es opuesta contradictoriamente, se tiene aquella que es opuesta como un contrario. La relación de "contrario" tiene un sentido nuevo: no entre dos conceptos, como extremos de un mismo género, sino entre dos proposiciones, como incompatibles entre ellas.

Incompatibles, en el sentido de *no pudiendo ser verdaderas juntas,* por lo cual no forman ninguna alternativa, lo que las distingue de las "contradictorias". Dos contradictorias no pueden ser ni las dos verdaderas, ni las dos falsas; de manera que de la verdad o de la falsedad de cualquiera de ellas, no se puede concluir la verdad o falsedad de la otra. Por ejemplo, en la proposición: *todos los árboles son verdes,* su contradictoria sería: *algunos árboles no son verdes.*

Mientras que en dos contrarias, si se puede concluir de la verdad de la una la falsedad de la otra, porque no toleran su verdad común, o de la falsedad de una no se puede concluir nada sobre la otra, porque las dos pueden ser falsas. Por ejemplo, en la proposición: *todos los árboles son verdes,* su contraria sería: *Ningún árbol es verde.*

Los errores de razonamiento que Aristóteles cometió consistían en haber tratado los contrarios como contradictorios, creyendo haber establecido la verdad de la una porque había probado la falsedad de la otra. La consideración sobre la cantidad en las proposiciones es la que permite sacar en claro esta distinción. La oposición según lo contradictorio está entre lo universal afirmativo y lo particular negativo (*Todo S es P; Algún S no es P*); sea entre lo universal negativo y lo particular afirmativo (*Ningún S es P; Algún S es P*).

La oposición según lo contrario se establece entre los universales (*Todo S es P; Ningún S es P*): se ve que pueden ser las dos falsas, en el caso donde las dos particulares correspondientes, *Algún S es P*; y *Algún S no es P*, sean verdaderas la una y la otra.

Se entendió, así, la teoría de la oposición ampliando el sentido del concepto, se designan como opuestos dos proposiciones, que al tener dos sujetos e igual predicado, se diferencian por la calidad, o por la cantidad, o por las dos a la vez. A las contradictorias y a las contrarias se agregan las *subcontrarias* (las dos particulares, que pueden ser verdad pero no las dos falsas). Por ejemplo, en la proposición: *algún árbol es verde,* su subcontraria sería: *algún árbol no es verde*; y los *subalternos* (las dos proposiciones, que teniendo la misma calidad, se oponen en cantidad: la verdad de lo universal implica aquella de lo particular y la falsedad de lo particular aquella de lo universal). Por ejemplo, en la proposición: *todos los* árboles *son verdes,* su subalterna sería: *algún árbol es verde.*

La validez de las reglas que autorizan ciertas inferencias de una proposición a una de sus opuestas se funda sobre la verdad de ciertas *leyes lógicas*. Así, la regla de las contradictorias reposa sobre lo que se puede llamar la *ley de alternativa*, la cual resulta de la conjunción de dos leyes elementales, la de la *contradicción* y la del *tercer excluido*. La primera (contradicción) rige la oposición de los dos universales (contrarios), niega la conjunción de una proposición cualquiera *p* y de la negación *no-p*.

La segunda (tercer excluido) que rige también la oposición de dos particulares (subcontrarios), afirma la disyunción de una proposición p y su negación no-p, lo que resulta si una es falsa y la otra es verdad. Aristóteles conoce estas dos leyes, de manera que una serie de inferencias inmediatas se pueden estructurar bajo la forma tradicional del *Cuadrado Lógico.*

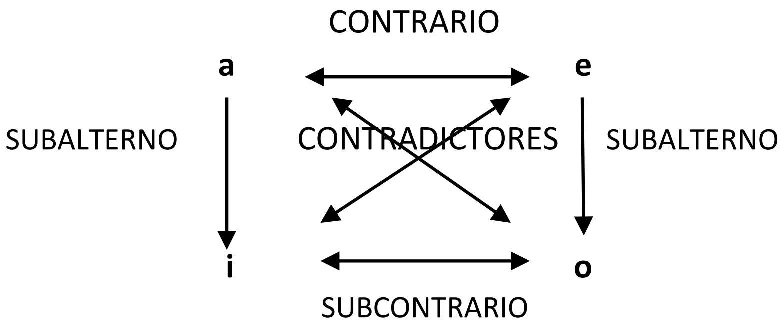


Figura 1. Cuadrado Lógico.

Conversión

La otra forma de obtener una proposición nueva a partir de una proposición dada es de permutar sujeto y predicado: operación que es posible si los dos términos son homogéneos, es decir si el sujeto es, a mismo título que el predicado, un *concepto*. Aristóteles lo llama *conversión* (*'αντιστροφη*) y se interroga sobre las condiciones en las cuales tal transformación es legítima, es decir que permite concluir de la verdad de la primera proposición aquella de la segunda. Por ejemplo, el paso de *P pertenece a toda S,* a *Toda S es P*, en donde la permutación de los términos se hace por el cambio de la cópula (*pertenece* cambia a *es*).

3.2.2. Inferencias Mediatas: Silogismo.

Aristóteles presenta por primera vez el concepto de *silogismo* en su obra los *Tópicos*, esbozado como una de las dos maneras posibles de razonar, al lado de la inducción y lo define como: "un discurso en el cual en virtud de ciertas cosas dadas resulta necesariamente otra cosa diferente de las cosas dadas," (Tópicos, I, 1 y 12. Citado por Blanche/Dubucs p. 45). La noción designa la *deducción* en general, aunque puede haber deducciones rigurosas que no son silogismos.

El silogismo se compone de tres términos, unidos de dos en dos en tres proposiciones elementales, en donde los tres términos se utilizan cada uno dos veces. Uno de los términos tiene la función esencial del razonamiento, que es el de cumplir la mediación entre los dos otros: es el *término medio*. Los dos otros términos son los extremos: el que tiene mayor extensión y que aparece primero es el *término mayor* y aquel que tiene una pequeña extensión y que interviene después del otro término, es el *término menor*.

Así, en un ejemplo de silogismo aristotélico:

> ***Si*** *todos los hombres son mortales y* ***si*** *todos los griegos son hombres,* ***entonces*** *todos los griegos son mortales.* (1)

Se tienen las siguientes proposiciones y los tres términos, así:

> *todos los* ***hombres***(término medio*) son* ***mortales*** (término mayor)
>
> *todos los* ***griegos*** *(*término menor) *son* ***hombres*** (término medio)
>
> *todos los* ***griegos*** (término menor) *son* ***mortales*** (término mayor)

En cuanto a las proposiciones, *la conclusión* es la que une los dos términos extremos: el menor como sujeto, el mayor como predicado, y se enuncia en la última parte. Las dos otras proposiciones son las premisas, así: la que contiene el término mayor y se coloca en primer lugar; la otra que contiene el término menor y se coloca enseguida de la primera proposición, es la premisa menor.

El ejemplo tradicional de un silogismo como:

> *Todo hombre es mortal;*
>
> *Sócrates es hombre;*
>
> *entonces Sócrates es mortal (2);*

Presenta un modelo muy diferente del silogismo aristotélico, con las siguientes características:

- afirma tres proposiciones autónomas;
- consiste en una operación sobre estas proposiciones, en donde se infiere una tercera proposición a partir de dos otras juzgadas verdaderas;
- contiene un término singular (Sócrates)

En el silogismo (1), como se ha visto arriba, se constatan las características del silogismo aristotélico:

- Se presenta una sola proposición compleja que tiene la forma: "*si…y si…entonces…*"
- No se trata de una operación sobre las proposiciones sino una afirmación global de una forma proposicional única y válida.
- No hay términos singulares, solamente los términos generales, es decir que excluye los términos que no pueden tener el rol de predicado.
- Se trata de proposiciones que pueden ser reducidas a términos concretos en un esquema abstracto.

De manera que, en el ejemplo: *Si todos los hombres son mortales y si todos los griegos son hombres, entonces todos los griegos son mortales,* es una proposición compleja que puede ser afirmada globalmente como esquema proposicional. Así, al substituir los conceptos por letras, A (mortales), B (hombres), C (griegos), se puede presentar, como sigue: *Si todos los B son A y si todos los C son B, entonces todos los C son A.* Esta independencia con relación a lo concreto, al razonamiento con contenido, que hace del silogismo un anuncio de la *lógica formal*[17].

Esta práctica le permitió a Aristóteles hacer un paso decisivo en la formulación directa de leyes lógicas, como el de la *conversión*: "es necesario que la proposición negativa de atribución universal se convierta en sus términos", por ejemplo: "*si ningún placer es un bien, ningún bien no sería tampoco un placer*", al hacer la substitución de términos por "variables", Aristóteles enuncia la proposición, así: "*si A no pertenece a ningún B, B no pertenece tampoco a ningún A*", en un ejemplo:

"*si ningún placer es un bien, ningún bien no será un placer*".

En esta presentación esquemática, se constatan otras características, así:

- Cambio de la *cópula*, acompañada de una modificación en el orden de los términos. La cópula no es más el verbo *ser*, sino el verbo *pertenecer* que se interpreta como afirmar o predicar.

Entonces, los dos términos se pueden permutar: el predicado es enunciado en primera instancia, y se convierte en el sujeto gramatical de la frase, mientras que el sujeto lógico se reenvía después del verbo como complemento. Así, la letra A simboliza el predicado, y B el sujeto lógico. Al traducir con el verbo ser, *A es afirmado de todo B*, se volverá, de acuerdo a esta inversión de términos: *todo B es A*.

Este cambio se debe a que en las fórmulas simbólicas, donde el sentido de las palabras no está más ahí para soportar el pensamiento, es necesario marcar la diferencia de función entre los dos términos.

- Los esquemas proposicionales con cada una de las dos "variables" conceptuales, por ejemplo: *Si A pertenece a B, y B a C, entonces A pertenece a C*, no presentan ya una inferencia, sino una *ley lógica* que es la que garantiza la validez de la inferencia.

---

17 Para Bochenscki, Aristóteles descubrió la variable; pero parece que él mismo no se dio cuenta que eran variables, tomándolo solo como una simplificación de escritura. Luego, los estoicos hacen una diferencia entre el razonamiento concreto y un esquema abstracto (Citado por Blanché/Dubucs 1996 p. 47).

La diferencia parece mínima, pero la inferencia que es otra cosa que una ley o verdad atemporal, no es ni verdadera ni falsa, porque estos calificativos no pertenecen sino a las proposiciones, no a *actos* como son los conducidos por el pensamiento. De estos actos, se puede decir que ellos son correctos o no, según que sean o no conducentes a cumplir con una regla; y una regla es válida o no según que ella sea o no justificada por una ley. Es la ley lógica *Si A pertenece a B y B a C, entonces A pertenece a C,* que autoriza llegar a una conclusión: *A pertenece a C* de la conjunción de las premisas *A pertenece a B y B pertenece a C,* es decir que autoriza a hacer la inferencia, pero esta inferencia es otra cosa que la ley que la justifica.

Anotaciones Epistemológicas

Aristóteles no lleva su trabajo formal hasta el *formalismo*, que sería el de calcular a partir de signos, independientemente de su sentido, lo que no lo obliga a tener en cuenta las equivalencias semánticas: si dos enunciados se presentan bajo formas diferentes hay que tratarlos como enunciados diferentes.

La lógica clásica confundía las leyes y las reglas, seguramente por el sentido normativo de la palabra misma de ley, tomada del vocabulario jurídico; sin embargo Aristóteles con la presentación de los esquemas proposicionales y sus variables, presenta las bases de la ley lógica. Más rigurosa, la lógica contemporánea distingue entre las dos nociones, una de orden especulativo, pertenece a lo verdadero y falso, mientras que la otra, de orden práctico, releva de lo bueno y lo malo; diferencia que se ve en los niveles de lenguaje. Además, mientras una ley se expresa en la lengua misma, la regla se expresa en el *metalenguaje*[18] y habla de la conducta que deben seguir las proposiciones de la lengua.

Así, la selección que se hace de una o de otra está ligada a las dos maneras de ver la lógica: como una ciencia o disciplina teórica que, como la matemática se propone enunciar las verdades, distribuidas entre axiomas, teoremas, corolarios, etc.; o bien como una disciplina normativa, análoga a la moral y a la ética teniendo como objeto enunciar las reglas, según una dimensión de conducta correcta.

---

18 *Metalenguaje,* en los modernos, es el nivel del lenguaje fuera del lenguaje mismo, donde se explican las reglas de definición, transformación e interpretación del lenguaje.

3.2.3. La Inducción y la Demostración.

Estos dos conceptos están íntimamente ligados a la teoría aristotélica del silogismo. Éste, como se ha visto, es una proposición hipotética: *Si A pertenece a todo B…*, es decir que no afirma completamente que *A pertenece a todo B*, igualmente la conclusión no es sino hipotéticamente necesaria; la necesidad de la conclusión se plantea solamente, sobre la relación de esta consecuencia sobre las premisas, y no garantiza nada en cuanto a la verdad de las premisas, ni en cuanto a la conclusión. El silogismo, por sí solo, no puede dar cuenta de toda ciencia y es necesario admitir que los principios primeros de la demostración se conocen de otra manera diferente a esta ciencia.

De manera que, gran parte del conocimiento, se puede decir, que viene de la *sensación*, de lo concreto, de lo singular, que hay que llevarlo a lo *universal* para consolidarlo como conocimiento. Este paso se realiza a través de la inducción, es decir que provee al silogismo de las premisas o por lo menos de la mayor y de esta manera el silogismo se convierte en un medio de demostración y por consecuencia en ciencia. Así, el razonamiento interviene bajo dos formas, en la *inducción* para obtener las bases y luego en la *demostración* para llegar a las consecuencias por vía silogística. La demostración se realiza a partir de principios universales y la inducción por casos particulares, pero es imposible adquirir el conocimiento de los universales fuera de la inducción y ésta es posible por la sensación.

Para comprender la naturaleza de la inducción, se puede hacer una distinción entre el orden del ser y el orden del conocimiento, que no son siempre acordes. De manera que, si en el silogismo el pensamiento concuerda con el orden de la naturaleza, la inducción consiste en tomar este orden muchas veces al contrario. Por ejemplo, en una inferencia que pretende demostrar la *longevidad* del hombre, el caballo y el asno, por la mediación de una propiedad que les es común como la *tranquilidad*, se tendría:

*Todos los **tranquilos** son **longevos***
*El **hombre, el caballo, el asno** son **tranquilos***

*El **hombre, el caballo, el asno** son **longevos**.*

En donde: *tranquilos:* término medio; *longevos*: término mayor; *el hombre, el caballo, el asno:* término menor.

Pero ¿cómo se puede establecer el término mayor de este silogismo, de manera que éste sea una demostración? Para esto, es necesario un razonamiento a la inversa del presentado, partiendo de la observación de la longevidad del hombre, del caballo y del asno, es decir hacer la inferencia siguiente:

El hombre, el caballo, el asno son *longevos*

El hombre, el caballo, el asno son *tranquilos*

Todos los *tranquilos* son *longevos*.

En donde: *El hombre, el caballo, el asno*: término medio; *longevos:* término mayor; *tranquilos:* término menor.

La inducción es, entonces, reversar el silogismo, partiendo de la conclusión para llegar al término mayor y el menor sirviendo de término que gira; o más exactamente, porque el silogismo supone la inducción como condición de base, es decir que la inducción consiste en hacer un razonamiento que, presentando el término mayor, nos permite enseguida construir un silogismo demostrativo, siguiendo ahora el orden de la naturaleza.

Pero esta inversión del orden silogístico lleva a ciertas modificaciones en la relación de los términos, para un razonamiento correcto. Así, debido a que el antiguo término medio, *tranquilos*, pasa ahora a la conclusión, no juega entonces el *papel* de *medio*, que pasa al antiguo término menor, *el hombre, el caballo y el asno*. Lo que indica un cambio en el término menor, porque en una proposición el atributo es predicado del sujeto y el sujeto no podría ser mas general que el atributo. Para restablecer la proposición, es necesario *convertirla*, pero esto es permitido por la restricción de que los dos términos tengan la misma extensión, es decir que, si *el hombre, el caballo y el asno* constituyen la totalidad de los animales *tranquilos,* es necesario que la enumeración de los *tranquilos* sea completa. De esta manera, los dos términos podrían ser recíprocos, y el término menor, podría volverse "*los tranquilos son el hombre, el caballo y el asno*", así el sujeto se extiende universalmente a: *todos los tranquilos*. Es decir, que con esta condición, la conclusión sería legítima, por lo cual se tendría el derecho de atribuir la longevidad a todos los *tranquilos*. La inducción se presentaría así, bajo una forma irreprochable:

El hombre, el caballo, el asno son longevos

Todos los tranquilos son el hombre, el caballo, el asno

Todos los tranquilos son longevos

Este razonamiento tiene el mismo rigor que un silogismo, una clase de silogismo de inducción. Sin embargo, para Aristóteles no es un verdadero silogismo porque le falta la característica explicativa que pertenece al verdadero silogismo. Su término medio es un punto de vista lógico, no es el término medio real, según la naturaleza.

El verdadero término medio, es la *tranquilidad* porque es la causa de la longevidad y se sabe que el término medio es *causa*; en cierta manera, la inducción se opone al silogismo, no obstante, la inducción es un preámbulo para la ciencia. Así, la afirmación: *el hombre, el caballo, el asno son longevos*, no es sino la simple constatación de un hecho, es un saber empírico, a la base de la inducción. Por el contrario, esta misma afirmación, cuando viene como conclusión de un verdadero silogismo, se vuelve conocimiento científico, porque se entiende por qué *el hombre, el caballo y el asno son longevos*, es porque *ellos son tranquilos*.

La inducción es legítima, en tanto que razonamiento formal, cuando la enumeración es completa.

Tal enumeración es posible para las especies seleccionadas que componen una parte de un género, como es el caso para el hombre, el caballo y el asno como parte del género de los animales, pero no para los individuos que componen la especie, cuyo número es ilimitado. Antes de la operación que lleva de la especie al género por enumeración, es necesario admitir otra clase de operación que lleva de los individuos a la especie y sin la cual no se podría constituir ninguna noción general. Esto es una clase de inducción espontánea, que no es del orden del razonamiento sino del orden de la intuición y que produce lo universal (es el hombre en general y no el individuo José, o el asno o caballo en general que "entendemos" por la sensación). Se dice que vemos un asno o un caballo, antes de saber que se trata de un tal asno, o tal caballo, lo mismo que los niños comienzan por llamar a todos los hombres *pap*á. Solamente tal inducción sale del marco de la lógica como de los marcos de la ciencia, porque la lógica de Aristóteles trata de las relaciones entre conceptos y deja de lado las proposiciones singulares y por otro lado, para él no hay ciencia de lo individual.

Una vez adquiridos los conocimientos dados por la inducción, podrá comenzar la ciencia, que es el saber que se asegura por la demostración. La demostración es el silogismo constituido a partir de las premisas necesarias. Para que haya ciencia, es necesario que el conocimiento salga de premisas verdaderas, primeras e inmediatas, más conocidas que la conclusión, anteriores a ella, y ellas son las causas.

Anotaciones Epistemológicas

-No es suficiente que las premisas sean verdaderas, es necesario que la verdad sea primera e inmediata, es decir que ellas mismas no tengan necesidad de ser demostradas. Esta exigencia es solamente para la premisa primera, aquella en donde se soporte la cadena de las demostraciones; porque las conclusiones que se sacan, que son verdades secundarias y mediatas, podrían a su vez servir de premisas a nuevos silogismos demostrativos y así sucesivamente, pero estas premisas sucesivas no deben su verdad y su necesidad sino a las premisas primeras de donde se concluyen por silogismo; son estas premisas primeras, evidentes y necesarias que Aristóteles llama *principio ('αρχαι)*.

-Es necesario que ellas sean las causas de la conclusión, porque la ciencia es el conocimiento por causas. El rol del término medio es el de darnos la causa.

-Las premisas primeras deben ser más conocidas que la conclusión y anteriores a ella. Aquí, Aristóteles anota que hay una confusión porque *anterior* y *más conocida* tienen un doble significado: no hay equivalencia entre aquello que es más conocido por naturaleza (anterior) y más conocido por nosotros. Se llaman anteriores y más conocidos por nosotros los objetos más cercanos a nuestra sensación, y anteriores y más conocidos de una manera absoluta, los objetos más alejados de los sentidos. Las causas universales son las más alejadas de los sentidos, mientras que las causas particulares son más próximas, de manera que sus nociones son opuestas las unas de las otras. Así, si las premisas son, por naturaleza, anteriores a la conclusión, ellas serán más conocidas, es decir conocidas de manera absoluta, porque es de ellas que la conclusión tomará su certeza.

-La necesidad interviene a doble titulo en la demostración: a la necesidad de la unión entre las premisas y la conclusión que caracteriza el silogismo formal, se le agrega la necesidad de los principios, que se transmiten, en virtud de la necesidad silogística. Lo que distingue el demostrativo del silogismo puramente formal, es que no solamente el demostrativo es categórico, sino *apodíctico*[19], porque su necesidad puede ser inmediata o derivada (*Segundos Analíticos*).

[19] *Apodíctico*: En la lógica aristotélica, del griego:ποδεικτικος 'demostrable', si se refiere a una proposición demostrable, necesaria o evidentemente cierta o válida, o por el contrario, que es forzosamente falsa o inválida. Las proposiciones apodícticas difieren

La lectura de Aristóteles, en los *Primeros Analíticos,* considerándola desde el punto de vista de la lógica formal moderna, puede considerar que:

- la llamada axiomatización de los modernos, está en potencia en Aristóteles.

- los modernos dan importancia al hecho que Aristóteles enuncia sus silogismos, no como esquemas de inferencia sino como leyes. Sin embargo, señala que la validez de la inferencia es independiente de la verdad de las premisas, conviene presentarlas no categóricamente, pero proponerlas hipotéticamente, según la *forma implicativa*. Es solamente para el silogismo demostrativo, que la verdad de las premisas se requiere; en su obra: *los Segundos Analíticos*, Aristóteles enuncia también el silogismo bajo su forma abstracta, con variables como una inferencia o un esquema de inferencia.

-Aristóteles anuncia el *consecuente* por la palabra *necesario* y cuando la omite, es claro que él la subentiende; esto molesta a los modernos que son extranjeros a las *modalidades*, que al contrario construyen la lógica formal basados en lo extensional y lo asertórico; él presenta las modalidades en una teoría especial (lógica modal).

Aquí, es la universalidad, noción extensiva, que tiene en cuenta la *necesidad* que es noción modal. Decir que: *Si A pertenece a todo B y C a todo A, entonces necesariamente C pertenece a todo A,* lo que significa que el consecuente es verdadero con respecto al antecedente, teniendo en cuenta cualquier término concreto que se substituye por variables; lo que un lógico contemporáneo expresaría: *Para todo A, para todo B y para todo C, si A pertenece a todo B y C a todo A, entonces C pertenece a todo A.* El cuantificador inicial (*para todo*) reemplaza el oficio que Aristóteles asignaba a la evocación de la *necesidad*.

-Se pueden ver la lógica de Aristóteles y la lógica formal de los modernos como dos partes diferentes y necesarias de la lógica. La primera se puede tomar como el cálculo de proposiciones y la otra el cálculo de predicados.

de las asertivas, que aseveran que algo es o no, Por ejemplo «Uno más uno es igual a dos» es apodíctica. «Bogotá es más grande que Medellín» es asertórica. En la lógica aristotélica, apodíctico se opone a dialéctico (Enciclopedia Británica).

4. LOS MEGÁRICOS Y LOS ESTOICOS.

La escuela megárica florece a la época de Aristóteles como una escuela rival de éste y como verdadera fundadora de la escuela llamada estoica, por lo cual, muchas veces se habla de la escuela megaro-estoica.

4.1. LOS MEGÁRICOS.[20]

El origen de la diferencia entre Aristóteles y los megáricos consistía en el énfasis que ejercía éste en el arte de hacer aceptar una tesis antes que rechazarla, por el contrario, es sobre esta negativa que los megáricos aplicaron toda su eficiencia. Así, los problemas presentados por Aristóteles están en orden de buscar el "ser": (¿"A pertenece a B"?), con lo cual construye la lógica basada en las relaciones entre términos. Sin embargo, los problemas que ocupan los megáricos toman la forma de:

"¿cómo se puede rechazar tal afirmación?", lo que hace considerar un enunciado en bloque y a construir una lógica de proposiciones (Blanché-Dubucs 1996 98-106). De los filósofos de ésta escuela, tres merecen un lugar en la historia: Eubolido[21], Diodoro[22] y Philon[23].

A Eubolido se le deben varias paradojas, una de las más célebre es la del *mentiroso:* "un hombre dice que miente: ¿lo que dice es verdad o mentira?". Estas se pueden ver como *diversiones* pero muchos les reservaban un puesto en la educación porque ayudaba a la dialéctica y a su manera de funcionar, de manera que los megáricos reconocen en éstas un lugar serio en la lógica. Así, al presentar un problema, se trata de descubrir el lugar en el que se sitúa el error que hace llegar a partir de premisas plausibles, a consecuencias inadmisibles o a una antinomia, dentro de un razonamiento

---

20 Los Megáricos (V –III a.C.), escuela filosófica griega, dialéctica, preocupada por contradecir, son nominalistas, no admiten sino individualidades y niegan las esencias. El nombre viene del lugar de origen de su fundador Euclides de Megara, discípulo de Sócrates. Su dialéctica los lleva a plantear una lógica y una metafísica. Rechazan la certeza de los sentidos y creen solamente en la razón. El principio lógico conducía necesariamente a la negación del movimiento y del cambio. Filósofos como Eubulido pertenece a los megáricos, importante porque se le relaciona con la paradoja del mentiroso.

21 Eubolido filósofo griego de la escuela megárica, nacido en Mileto (mitad siglo IV – V a. C.). Discípulo y sucesor de Euclides de Megara y adversario de Aristóteles. Famoso por descubrir paradojas filosóficas célebres como la del Mentiroso, Electra, …etc.

22 Diodoro Cronos (muere en 296 a.C.), filósofo griego de la escuela megárica. Fue el maestro de Zenon de Cition, su gran principio era la imposibilidad del movimiento.

23 Philon (III a. C.) llamado el Dialéctico, filosofo y lógico de la escuela megárica. Se disputa con su maestro Diodoro Cronos es célebre en la historia de la lógica.

aparentemente irreprochable. Esta herencia de paradojas se encuentra no solo en la Antigüedad, sino en el Medioevo y hasta en la época reciente, con soluciones que se dan de tipo lógico o semántico.

Con los megáricos Diodoro y su discípulo Philon, se deja la periferia de la lógica para ir al centro de la lógica. Estos se oponen en relación a la naturaleza de la *implicación*. La implicación para ellos, es el conector que une, en una proposición hipotética (en sentido estricto, una condicional del estilo), su consecuente con su antecedente.

Philon dice que ésta proposición tiene tres maneras de ser verdadera, y una de ser falsa. Así:

- Es verdadera, cuando comienza por lo verdadero y finaliza por lo verdadero: *Si es de día hace claro.*
- Es verdadera, cuando comienza por lo falso y finaliza por lo falso: *Si la vaca vuela, la vaca tiene alas.*
- Es verdadera, cuando comienza por lo falso y finaliza por lo verdadero: *Si la vaca vuela, la vaca existe.*
- Es falsa solamente cuando comienza por lo verdadero y finaliza por lo falso: *Si es de día hace noche.*

Esta forma de caracterizar los diferentes casos de validación de la proposición muestra que Philon llegó a lo que se llama hoy las *funciones de verdad* y que la concepción que él tenía de la implicación correspondería a la *implicación material* de los modernos como Russell, que es la base del cálculo de proposiciones moderno.

Anotaciones Epistemológicas

Esta implicación es más débil que aquella noción de *consecuencia*, porque todo consecuente está implicado por las premisas, pero el *implicado* no es necesariamente una consecuencia del *implicante*. Esta confusión se da porque en la proposición hipotética con la expresión *si … entonces,* sugiere la idea de un nexo lógico entre el antecedente y el consecuente; sin embargo la *implicación* no concierne este nexo, marca solamente una manera de hacer la relación de las dos proposiciones, de manera que (*p implica q)* es simplemente *(no p o q)*.

Diodoro se opone a la tesis de Philon, porque la misma proposición hipotética sería tanto verdadera, como falsa, según el momento. Al retomar los tres casos de verdad reconocidos por Philon, Diodoro muestra que se presentará en el curso del tiempo, cambios de situación tales, que habrá un antecedente verdadero y un consecuente falso, lo que para Philon sería una implicación falsa. Así, *Si es de día, yo trabajo*, de manera que si hace día y yo trabajo, la implicación es verdadera según Philon, porque va de verdadero a verdadero; pero si paro de trabajar, se vuelve falso, porque entonces se va de verdadero a falso. *Si hace de noche, yo trabajo:* si en ese momento es de día y yo trabajo, la implicación es verdadera según Philon, porque va de falso a falso; pero al caer la noche y yo no trabajo, se torna falso porque va de verdadero a falso. *Si es de noche, es de día*, si en ese momento es de día, la implicación es verdadera según Philon, porque va de lo falso a verdadero; pero en el momento que la noche llegue se volverá falso porque entonces irá de lo verdadero a lo falso.

Para evitar estas consecuencias paradójicas, Diodoro propone substituir a la definición de Philon una definición más compleja y más restrictiva, concebida de manera que no se permita concebir como verdadera las implicaciones del tipo que concebía Philon. Por lo cual, en lugar de decir que una implicación es verdadera cuando no comienza por lo verdadero para acabar por lo falso, hay que decir que es verdadera cuando *no pudo ni puede* comenzar por lo verdadero para acabar por lo falso (Sextus, *Adv. Math.*, VIII, 115-116)[24]. Aquí, Diodoro innova con dos nociones: una noción modal (*posible, imposible*) y una noción temporal (*pasado y presente*), las que permiten limitar la noción de implicación aproximándola a la noción de consecuencia, lo que la opone totalmente de Philon.

El alcance con esta propuesta modal es de limitar la noción de implicación para acercarla a la de consecuencia, es decir que Diodoro lleva la lógica a un punto opuesto de Philon. Las definiciones de Diodoro, se ven así:

Necesario: lo que es verdad y no será falso

Imposible: lo que es falso y no será verdad

Posible: lo que es verdad o será verdad

No-necesario: lo que es falso o será falso

Este conjunto forma un sistema perfectamente estructurado y lógicamente irreprochable, tiene indicaciones temporales que pueden ser suplantables, son nociones primeras sobre las cuales se derivarán las otras y donde se pueden reducir los tipos modales a tipos temporales simples.

[24] Citado por Blanché-Dubucs 1996 101

Anotaciones Epistemológicas

Se ve un conflicto interno en el desarrollo de la lógica megárica: de una parte se comprometen con la vía del formalismo sobre una base extensional y *asertórica* y llevan los conectores a simples funciones de verdad (Philon); por otra parte guardan las estructuras gramaticales y se esfuerzan en mantener las teorías lógicas en concordancia con las formulas del lenguaje (Diodoro). Sin embargo al comparar las dos, se puede decir que la segunda es un caso especial de la primera.

El aspecto modal de Diodoro y su esfuerzo por acordar la relación de implicación al de consecuencia lógica, hace pensar a una tentativa análoga en la lógica moderna, como la introducción de Lewis[25] de la noción de implicación estricta.

4.2. Los Estoicos.

Los estoicos están dentro de la lógica aristotélica pero constituyen una lógica original y la diferencia se debe a la existencia de dos filosofías: la de Aristóteles como la de la substancia y la esencia, es una *lógica del concepto* y la de los estoicos en donde lo que caracteriza al ser es una *cualidad individual y concreta*, es por esto que no hay dos individuos semejantes y por lo cual la definición hace la diferencia específica a partir de la enumeración de las particularidades (Brochard citado por Blanché-Dubucs 1996 p. 95). El pensamiento porta sobre lo individual y no sobre el encajonamiento de seres en especies y géneros de clasificaciones artificiales. Ese pensamiento individual se presenta sobre los acontecimientos que surgen y no sobre las substancias.

De esta manera, lo que expresan las proposiciones en los estoicos, no es el lazo entre dos conceptos de ideas intemporales como *hombre, mortal,* sino la unión entre *hechos* que surgen en el tiempo como *el hombre está caminando*, o unión entre hechos, como *Si está claro está de día.* La marca distintiva entre las dos lógicas está en el hecho que, la estoica es una lógica de proposiciones, porque un acontecimiento se representa por una proposición y por lo tanto es la *proposición la entidad última*; por el contrario la lógica aristotélica es una lógica de *nombres* porque la substancia se expresa por un *nombre.* Si bien esta substancia se estructura en una proposición, es el

[25] Clarence Irving Lewis (1883-1964);Lógico Estadounidense, fundador del pragmatismo conceptual.

nombre (término) que es *la entidad última*. Se puede decir que la aristotélica es la lógica del ser y la estoica la del devenir del ser; por lo cual, es ésta lógica estoica que anticipa el *cálculo proposicional moderno*.

Igualmente, los estoicos daban mucha importancia a la forma, por lo cual llevaron su razonamiento a un cálculo sobre signos, aclarando estrictamente cada uno de ellos, es decir presentando los presupuestos necesarios para las operaciones lógicas, lo que los diferencia de Aristóteles que se toma muchas libertades y deja expresiones implícitas, sin explicación. Así, los estoicos formulan, por ejemplo, *Si el primero, entonces el primero,* expresión que era tomada por los aristotélicos sin ningún interés; actualmente se reconoce su obra como de verdaderos lógicos y se puede decir que existe una evolución con relación a la de Aristóteles.

Mientras que los aristotélicos veían en la lógica un instrumento para la filosofía y por lo tanto exterior a ella, los estoicos la integraban a la filosofía como una de sus partes. La lógica la dividían en dos ciencias: la *retórica* y la *dialéctica*. La dialéctica contenía a su vez dos partes: la de los *significantes* que tratan de la gramática y de todo lo que toca el lenguaje y la otra, la de los *significados*, donde se concentra lo que se llama hoy la lógica. Se ve el interés que tienen los estoicos por el análisis del lenguaje y por la relación concordante de las estructuras lógicas con las estructuras gramaticales.

El *significado* es, entonces, el objeto propio de la lógica formal, diferente del *significante y de la cosa o acontecimiento* al cual se refiere el significado; los estoicos lo llaman *λεχτον (lecton, decir, significar*), pero como la filosofía estoica es materialista, sosteniendo que todo es cuerpo (incluyendo el alma), el *lecton* es cuerpo también, pertenece al *mundo de los hechos o al mundo* y es a él que conviene la calificación de *verdadero o falso* pero solamente para ciertos *lecta*, que son las proposiciones: *αξιοματα*[26] *(axioma)*, que contienen un enunciado verbal. Actualmente, puede decirse que el *lecton* es esa cosa incorporal y extra-mundo que indica el *sentido* de una expresión.

El *significante*, es el lenguaje, el sonido de la voz e inclusive la escritura, que pertenece al mundo de los cuerpos y que lo percibimos con los sentidos, lo que es asequible directamente, inclusive para aquellos que ignoran la lengua, los bárbaros o los animales.

Los estoicos presentan una verdadera teoría de la *negación*, así para una lógica que plantea las proposiciones en bloque, la verdadera negación es aquella que porta sobre toda la proposición, y lo que interesa para

26 La palabra axioma ha ido tomando un sentido más estrecho hasta llegar al de proposición.

evitar confusiones, es hacerla aparecer dentro de la expresión misma. Por este procedimiento, una proposición negativa puede ser ella misma negada, y por esta doble negativa la lleva a la afirmación. Ellos insisten en colocar la partícula negativa al principio de la expresión y no dentro del cuerpo de ella, para precisar que la negación porta sobre la expresión completa, cuando se trata de ello. Así, por ejemplo, en la expresión *Todos los invitados no llegaron*, aquí la universalidad *todos* debería controlar la *negación* y sería *todos no = ninguno*, que seguramente no es eso lo que se quería decir. Se necesitaría para aclarar entonces, presentar la *negación* de manera que controle la *universalidad,* como una *partícula negativa: no todos* (*contradictoria de la universal afirmativa*, según la clasificación de las proposiciones) y la expresión sería más exacta: *No todos los invitados llegaron.* De esta manera, para los estoicos no es suficiente que la *contradictoria* de una proposición se obtenga al agregar a la expresión una partícula negativa, hay que precisar que esta partícula debe ser colocada de tal manera que porte sobre el conjunto de esta expresión.

De esta negativa propiamente dicha (*negativa contradictoria*) se distingue: la *simple negativa*, que enuncia un predicado de un término negativo, por ejemplo "*Nadie camina*"; y la *privativa*, aquella que a su vez es el predicado como término negativo, por ejemplo *Esto es inhumano*; estas dos son *negaciones intraproposicionales* (dentro de la estructura interna de las proposiciones). Igualmente, como para los estoicos la lógica porta sobre las proposiciones en bloque, la verdadera negación es la que se hace sobre la proposición entera y puede igualmente ser negada, y la doble negación lleva a una expresión afirmativa.

Los tipos de proposiciones para ellos, son equivalentes a las de los modernos: simples o atómicas (*hace día)* y compuestas o moleculares (*Si es de día hace claro*). Estas últimas, suponen lo que el uso gramatical llama las *conjunciones* que aseguran la unidad de esta proposición a partir de sus componentes atómicos y que se prestan a lo que actualmente es una *teoría de funciones de verdad*, llamados en la lógica moderna los *conectores.* La *conjunción*, en el sentido estricto de los lógicos estoicos, permite formar una proposición *conjuntiva*, verdadera solamente si sus dos componentes son verdaderos. La *disyunción* forma la proposición *disyuntiva*, siendo verdadera si uno de sus componentes es verdadero y el otro falso.

Existe también la *paradisyuntiva*, más débil que la precedente porque requiere que uno al menos de los componentes, sea verdadero. Así mismo, se admite una proposición en donde dos de sus componentes son falsos, es decir la negación de la conjunción.

Por otro lado, para ellos una proposición que es incompatible con otra, se trata de una *implicación* y le dan a este término un *sentido modal*[27]. Existen dos tendencias de la implicación, (inclusive en los megáricos), en donde ambas pretenden asimilar la relación de implicación a la de consecuencia lógica: la inclusive y la conexa:

- La *implicación inclusive*, en donde la implicación es verdadera cuando el consecuente está contenido en potencia en el antecedente, como *Si la casa es blanca la casa es blanca*. Sin embargo toda proposición semejante repetida, debe ser tomada como *falsa,* porque una cosa no puede ser contenida en ella misma.
- La *implicación conexa,* donde una proposición hipotética es válida cuando marca la necesidad del consecuente con respecto al antecedente (concepción de *Crisipo*[28]), cuya necesidad no vale en todos los casos. Así, esta implicación conexa es la que puede ser vista como la *implicación estricta* de *Lewis*[29], en términos actuales *p -< q* (*p implica necesariamente q*) diferente a la simple implicación conjuntiva *pq (p implica q).*

Otro tema de la lógica de los estoicos es la distinción del aspecto *empirista* y el *racionalista* de su doctrina, que estaba ya implícita en Aristóteles. El *empirista* representado por las proposiciones con términos concretos (premisas y conclusión: *Si es de día hace claro*), llamado *τροποι* (*tropa).* El *racionalista* representado por el razonamiento en un sistema de proposiciones que se puede ver como *esquema formal,* y se obtiene reemplazando los términos concretos por variables (*Si A entonces B*), llamado *λογοι (logoi)*[30].

Crisipo plantea un sentido exigente para un sistema deductivo formalizado, donde el objeto de la demostración es la de organizar un conjunto de proposiciones aisladas, unificándolas en un sistema deductivo. Su punto de partida, no son necesariamente las proposiciones evidentes, sino las proposiciones que son susceptibles de ser la base mínima del sistema, es decir de dar todas las herramientas para que nada quede implícito en el curso de las demostraciones y así formular expresamente todas las proposiciones que serían usadas durante la demostración.

27 *Modal*, en el sentido que permite expresar el *modo* de posibilidad o de necesidad, de creencia o conocimiento relativos a ciertas expresiones o proposiciones.
28 *Crisipo* (siglo III a. C.) filósofo griego de la escuela estoicista, discípulo de Zenón de Eléa.
29 Implicación estricta porque hay que diferenciar entre lo condicional y la implicación.
30 Para B. Russell, se había tenido que esperar el siglo XIX para que las lógicas hayan diferenciado la proposición y la forma proposicional.

Anotaciones Epistemológicas

Los estoicos innovan en el lenguaje porque ellos han innovado en las cosas. Ellos evolucionan en el análisis lógico, con la presentación total de las proposiciones y expresiones implícitas, la distinción entre la verdad formal y la verdad material, la distinción entre el razonamiento y lo material (*tropa*). Así mismo sobre la relación entre éste material y la implicación tautológica que lo justifica y la explicitación de reglas según las cuales funciona un razonamiento formalizado. Se ve el planteamiento de un formalismo escrupuloso, como una condición indispensable para su progreso y su constitución como ciencia formal.

Anotaciones Históricas

Después de *Teofrasto*[31] y *Crisipo*, el período creativo abierto por Aristóteles y los megáricos-estoicos finaliza, lo mismo que la antigüedad (II siglo a.C. hasta VI d.C.), es el momento de hacer una "amalgama" en una enseñanza lógica unitaria de estas dos corrientes rivales. Con *Cicerón*[32] y sobre todo con *Boecio* las expresiones técnicas griegas se traducen en expresiones latinas y preparan así el vocabulario lógico del Medio Evo y los siglos siguientes. Los escritos de *Boecio* son bastante elaborados, él es llamado "el último de los romanos y el primero de los escolásticos", con él se pasa de la lógica antigua a la medieval, aporta muchos datos sobre la lógica antigua y su rol es el de transición en la elaboración de la lógica del Medio Evo.

---

31 *Teofrasto* es un filósofo griego (371-288 a. C.). Alumno de Aristóteles, también botánico, naturalista y alquimista. El estima que la ambición legítima del sabio es el de llegar, a pesar de las dificultades, a enunciar las causas de lo que se analiza y constata, sin embargo el no llega a la sabiduría, sino cuando sus hallazgos se colocan comparativamente las teorías generales en vista de una actitud crítica que lo conduce a acumular observaciones, recurriendo a la analogía y construyendo hipótesis.

32 *Cicerón* (en latín *Marcus Tullius Cicero*), (106-43 a. C.) hombre de estado italiano y autor latino. Orador importante, publica una abundante producción considerada como un modelo de expresión latina clásica. Presenta la redacción de obras sobre la retórica y la adaptación en latín de las teorías filosóficas griegas que se perdieron en el Medio Evo; sus obras presentan un gran interés durante el renacimiento carolingio, el renacimiento italiano y la época clásica.

5. LA LÓGICA MEDIEVAL.

Recubre el periodo del siglo VI al XV. Esta lógica puede tomarse también como *escolástica* (del latín *schola:* escuela[33]), aunque no es sinónima porque ésta recubre un período menor, del siglo IX al XV, constituye un gran movimiento de ideas y su auge se ve en el siglo XII con la invención de las primeras universidades en Bolonia, Paris y Oxford, que luego se propaga a través de Europa hasta el final del siglo XV. Este auge se entiende porque hay un retorno a los textos antiguos, su análisis crítico y la enseñanza de su mensaje.

La Lógica tiene su impulso a partir del descubrimiento, gracias a los árabes[34], de las obras de Aristóteles. Así, en el siglo XII se conoce el *Organon* de Aristóteles, por las traducciones de *Boecio*[35] y, en el siglo XIII se dispone del conjunto de la obra filosófica aristotélica. La línea megárico-estoica es casi totalmente ignorada. La escolástica concilia la doctrina tradicional (fundada sobre la Biblia) con la enseñanza aristotélica, cuya síntesis fue operada por *Tomás de Aquino*[36]; su periodo activo está entre el siglo XII al XV, sin embargo los siglos que le preceden están dedicados a preservar y transmitir el legado cultural de la antigüedad.

---

33 Los *Escolásticos* son aquellos que se ocupan escolarmente de las ciencias; y particularmente los profesores que trabajan en las escuelas de las diócesis o de la corte fundada por Carlomagno y, más tarde en las Universidades. (Atlas de la Philosophie p. 65).

34 La influencia del mundo árabe es muy importante para el desarrollo de la lógica y la filosofía en occidente. En los años 800-1200, la cultura islámica permitió la transmisión de la ciencia griega y entre ellos las obras de Aristóteles.

35 *Anicio Manlio Torcuato Severino Boecio* (Roma 480-Pavia 524) fue un filosofo y hombre político romano. Boecio fue para la escolástica medieval, por sus traducciones, comentarios y escritos, la principal autoridad en lógica de la Edad Media y transmite la lógica aristotélica en Occidente. En su obra principal realiza la distinción, que luego sería central para la Escolástica, entre *id quod est* (todo el ente) y *quo est o esse* (aquello que hace que el ente sea). Su obra más famosa es, sin embargo, *Consolatio philosophiae*, obra neoplatónica en donde describe la sabiduría y el amor de Dios. (http://www.biografiasyvidas.com/biografia/b/boecio.htm. Consulta Enero 2017).

36 *Tomás de Aquino* (*Tommaso d'Aquino*) (Rocassecca-Italia 1224-Fossanova 1274)) fue un teólogo y filósofo católico, italiano. El principal representante de la enseñanza escolástica, una de las mayores figuras de la teología sistemática y, a su vez, una de las fuentes más citadas de su época en metafísica, hasta el punto que, una vez muerto, es considerado el referente de las escuelas del pensamiento tomista y neotomista. Sus obras más conocidas son la *Summa Theologiae*, compendio de la doctrina católica en la cual trata 495 cuestiones divididas en artículos, y la *Summa contra gentiles*, compendio de apología filosófica de la fe católica, que consta de 410 capítulos agrupados en cuatro libros. Así mismo, fue muy popular por su aceptación y comentarios sobre las obras de Aristóteles, señalando, por primera vez en la historia, su compatibilidad con la fe católica. (http://www.philosophica.info/voces/aquino/Aquino.html. Consulta Enero 2017)

De esta manera, una de las características de este período es que la lógica está íntimamente ligada a la enseñanza. Las universidades se consolidan y se organizan en dos facultades: de Artes y de Teología. En la de Artes, se dispone de dos tipos de enseñanza: el *trivium* que comprende la gramática, la retórica y la lógica; el *quadrivium* comporta la aritmética, la geometría, la astronomía y la música. En la Facultad de Teología, los métodos pedagógicos son codificados en tres tipos de ejercicios: la *lectio*, lectura, explicación de textos; la *quaestio*, aprendizaje de la argumentación, la práctica del *por* y *contra*; la *disputatio*, participación al debate maestro/alumno y alumno/alumno.

La lógica es, entonces, una enseñanza de base como parte integrante del ciclo de estudios del nivel elemental (*trívium*), lo que hizo que los pedagogos medievales buscaran maneras asequibles para los jóvenes y menos complicadas, a las cuales se dirigía Aristóteles en su enseñanza del *Liceo.*

Períodos de la Lógica Medieval

En general, se conocen tres períodos en el desarrollo de la lógica medieval:

- *Ars vetus,* centrada en las obras de Aristóteles: *Isagoge, Categorías, Hermeneia*
- *Ars Nova,* centrada sobre la totalidad del *Organon.*
- *Logica modernorum,* sigue la obra lógica por ella misma y de manera independiente, sin ser totalmente fiel a la tradición; es en este período que se encuentra la verdadera originalidad de la lógica medieval.

5.1. Ars Vetus.

Centrado en los planteamientos de *Pierre Abélard* (1079-1142)[37], cuya lógica es una *Dialéctica*, inspirada de *Boecio*. Se trata de liberar la lógica de las interpretaciones metafísicas (de inspiración neoplatónica); de allí, la oposición de *Abélard* al realismo de los *universales*: solo los individuos pueden ser mirados como cosas reales, *res*, Juan, Pedro son hombres

[37] *Pierre Abélard* (1079- 1142) es filósofo, dialéctico y teólogo cristiano francés e inventor del *conceptualismo*. El es uno de los principales autores de la renovación del arte del lenguaje saliendo del Medio Evo Alto y entrando a la reforma gregoriana. Inicia en el seno de las escuelas catedrales los estudios aristotélicos y funda en 1110 en Santa Genoveva el primer colegio que prefigura la Universidad. En 1125, su tratado de Ética: *Connais-toi toi-même (Conócete a ti mismo)* inaugura el derecho moderno fundando la noción de culpabilidad no sobre el acto cometido sino sobre la intención. Defensor de la mujer y partidario de la educación de ésta, funda en 1131 en Champagne la primera Abadía que sigue una regla específicamente femenina, el Paraclet, refugio de mujeres sabias para las cuales Abélard produce un corpus de música litúrgica. (Atlas de Philosophie p. 75)

porque "ser hombre" no es un *hombre*, lo es individualmente Juan o Pedro. Defiende aquí, una posición próxima del *Nominalismo o Conceptualismo,* de manera que, los *universales* son antes del hombre y de las cosas, como *Ideas* (platónicas o arquetipos de las cosas) y constituyen el contenido del espíritu *divino.* Los universales están pegados a las cosas, pero esta unión no es una cosa existente en si (*res*), sino es aprehendida por el espíritu humano gracias a la *abstracción.* Por esta razón, el *concepto* de las cosas no es arbitrario pero resulta de la abstracción que tiene un fundamento en las cosas.

Con respecto al conocimiento humano, la universalidad no está sino en las *palabras,* pero no siempre en las palabras mismas sino en su contenido o significado. Por lo cual, *Abélard* distingue *vox* (sonido natural) de *sermo* (significado de las palabras) y se pregunta: si los universales están ligados a una de las denominaciones de la cosa o si por su significado podrían existir, inclusive si los objetos que se designan no existen. Distingue así, la *función denotativa* de la *función significante;* el nombre de la casa no puede ser pronunciada si no existen casas, sin embargo la frase "*no hay mas casas"*, tiene un significado. De manera que, los universales estarían ligados a la función significante pero no existen en sí mismos (Atlas de la Philosophie 77).

Igualmente, introduce el uso de la *cópula* expresada por el verbo "ser" como en *Sócrates es mortal* que se distingue del uso existencial *Sócrates es*, porque Aristóteles componía la proposición de un nombre y un verbo, sacando del verbo el predicado, por ejemplo, se reemplaza *Juan corre* por *Juan está corriendo.* Abélard precisa la función propia del verbo *ser* que es asegurar la unión, *copulatio,* entre sujeto y predicado, sin la cual los dos términos no forman una proposición. De manera que, sin la interpretación no-existencial de la cópula *es*, se llega al análisis de proposiciones.

Anotaciones Epistemológicas

El conocimiento de las obras de la antigüedad griega comienza a extenderse gracias a las traducciones latinas que se multiplican. Ciertas se hacen directamente sobre originales griegos, pero la mayoría se obtuvieron a partir de los árabes[38]. Estas traducciones

[38] Los árabes habían aportado su civilización que estaba en una época floreciente; en el 832 el Califa de Bagdad había fundado una escuela de traductores que habían traducido desde Platón, Euclides, Ptolomeo hasta la totalidad de la obra de Aristóteles. Solamente que, los árabes no habían tomado contacto con Aristóteles sino por intermedio de los monjes siriacos, que en el curso de los siglos VII y VIII, lo habían traducido a su lengua. Del griego, al siriaco, del siriaco al árabe, del árabe al latín y algunas veces a una lengua

muestran el interés de los árabes por la obra de Aristóteles, lo veían como el "primer filósofo", el segundo filósofo era *Al-Farabi*[39] que hizo de la lógica de Aristóteles un elemento indispensable de la cultura islámica. El tercer filósofo, *Avicena*[40], escribió un tratado de lógica, sin embargo, la influencia árabe sobre la escolástica está en *Averroes*[41], cuyos comentarios a la obra de Aristóteles son introducidos en Paris y Oxford. Estos aportes amplían el dominio de la lógica, es entonces una disciplina renovada y al *ars vetus (Arte Viejo)* se le agrega el *ars nova (Arte Nuevo).*

5.2. Ars Nova.

En cuyo periodo, se realizan los *tratados* que servirán de manuales para el aprendizaje de la lógica y que se extienden más allá del Medio Evo. La función de estos grandes tratados es sobretodo pedagógica, quieren asegurar la claridad, rigor y el fácil acceso de espíritus medianamente *iluminados;* es esta motivación que lleva a la invención de procedimientos abreviados y mnemotécnicos que luego la lógica clásica recoge.

vulgar, de manera que seguramente las traducciones latinas de Aristóteles estaban lejos de la perfección. Además, las lenguas semíticas son muy lejanas del griego y del latín. (Blanché-Dubucs, 1996 144).

39 *Al-Farabi,* su nombre completo: Abû Nasr Muhammad ibn Tarkhân ibn Uzalagh al-Fârâbî (872-950), filósofo musulmán medieval persa. El profundiza todas las ciencias y las artes de su tiempo y es llamado el *Segundo Institutor de la Inteligencia, Segundo Maestro* después de Aristóteles que es el *Primer Maestro*. Se le deben comentarios a la *República* y un Sumario de las *Leyes* de Platón, fue teórico de la música. Él es uno de los primeros en comentar y en fomentar entre los musulmanes, el conocimiento de Aristóteles.

40 *Avicena* en árabe: *Abū ʻAlī al-Ḥusayn ibn Sīnā* (980-1037), médico y filósofo iraní. Autor de una obra médica y filosófica inmensa que se expande en Europa traducida al latín e influencia el pensamiento medieval y hasta el siglo XVII. En su *Libro de la Cura* procede a hacer una síntesis de Aristóteles a la luz del *neoplatonicismo,* que traducido al latín servirá de guía a la lectura de Aristóteles en Occidente. Escribe también el *Canon de Medicina*; es llamado el *Príncipe de los Sabios* y es el *Tercer Maestro* después de Al-Farabi. http://www.larousse.fr/encyclopedie/personnage/Avicenne/106902#2xYleyQuWSQDtIUe.99 (Consultado en Enero 2017)

41 *Averroes,* en árabe: *Abū l-Walīd Muḥammad ibn Aḥmad ibn Muḥammad ibn Rušd*; (1126-1198) nace en Córdoba (España y muere en Marrakech (Marruecos), maestro de filosofía y leyes islámicas, matemáticas, astronomía y medicina. En su obra *Refutación de la refutación* (*Tahafut al-tahafut*) defiende la filosofía aristotélica frente a las afirmaciones de Al-Ghazali de que la filosofía estaría en contradicción con la religión y sería, por lo tanto una afrenta a las enseñanzas del Islam. Jacob Anatoli tradujo sus obras del árabe al hebreo durante el siglo XIII. Sus escritos influyeron en el pensamiento cristiano de la Edad Media y el Renacimiento. Su principal discípulo fue *Ibn Tumlus* que le sucedió como médico del quinto califa almohade *Al-Nasir:*. (Atlas de Philosophie p. 77).

Así, a partir de las cuatro clases fundamentales de proposiciones según la cualidad y la cantidad presentadas en los *Tópicos* por Aristóteles, en donde por la *calidad* la proposición es afirmativa o negativa y por la *cantidad* es universal o particular, los medievales realizaron una clasificación sistemática de los silogismos, de manera que el uso de medios mnemotécnicos ayudaba a recordar la estructura de éstos y sus conocimientos fundamentales. Cada palabra de la frase en latín: *Barbara celarent Darii ferio* (*los extranjeros se vencieron por la espada de Darío*) indica un silogismo válido, donde una vocal codifica la forma de cada proposición, así:

> "todo placer es un bien": afirmación universal (a) de B**a**rbara;
> "ningún placer no es un bien": negación universal (e) de celarent;
> "algún placer es un bien": afirmación particular (i) de Darii;
> "algún placer es un bien": negación particular (o) de ferio.

Igualmente los símbolos "a, e, i, o" se pueden pensar como de: Af***i**rmo: a, i; Ni**e**g**o**: e, o;* donde *a, e* son generales; *i, o* son particulares. Para su aprendizaje, los medievales producen *versos* en latín que aprenden de memoria, así:

> *Assert A, negat E, verum generaliter ambo;*
> *Afirm A, niegu E, verdad general para ambos;*
>
> *Assert I, negat O, sed particulariter ambo;*
> *Afirm I, nieg O, pero ambos particulares.*

Todos esos artificios tenían por efecto e inclusive objetivo, de substituir un aprendizaje maquinal en una comprensión inteligente[42]. En este caso, se puede pensar en un procedimiento nuevo para establecer los *modos válidos* de silogismos, porque éstos tienen algo de mecánico y no dan una razón concreta de su validez. Los medievales toman la presentación de *Averroes* y en lugar de reconocer directamente, las diferentes figuras de los silogismos que son concluyentes, eliminan los que no son concluyentes y enuncian las reglas de los concluyentes. Así, la lista exhaustiva de las combinaciones posibles de tres proposiciones, según la clasificación sistemática de los silogismos, con el uso de medios mnemotécnicos pueden ser en *a*, *e, i, o* y es de 64 por cada figura donde se quitan aquellas que violan una u otra de las reglas establecidas; los modos que resisten a esta prueba son retenidos

[42] Estas prácticas fueron corrientes en la mitad del siglo XIII, pero su origen es todavía oscuro. Lo que es cierto es que las más importantes de estas formulas se encuentran en el tratado de *Shyreswood*, luego en el de *Pedro de España*, pero esto no prueba que sean sus inventores (Blanché/Dubucs 1996 148).

como concluyentes. Estas reglas generales son, durante el Medioevo, un número de cinco, a las cuales se les agregan algunas reglas especiales a cada figura. Las cinco reglas que se encuentran en *Pedro de España*[43], son formuladas en cuatro versos latinos:

> *De dos premisas particulares no sigue ninguna conclusión, ni tampoco de dos premisas negativas; si una de las premisas es particular, la otra lo es también; la conclusión no debe tener el término medio.*

Por ejemplo, para cualquier figura que sea, estas reglas excluyen las combinaciones en *aea*, o *eee* o *oio*. Así mismo, se puede hacer depender todas estas reglas de dos leyes fundamentales:

> *Lo que es verdadero de la totalidad del género (omnis) es verdadero de las especies y de los individuos contenidos en ese género; lo que es falso de la totalidad del género (nullus) es falso también de las especies y de los individuos contenidos en ese género.*

Estas leyes cuyo contenido se remonta a Aristóteles, fueron recogidas y presentadas por los escolásticos, como "el principio del silogismo", designado corrientemente como el *Dictum de omni et nullo*[44]. Inclusive, esta manera que parece rigurosa, tiene un carácter ciego y mecánico, por lo cual después se juzgó desfavorable[45].

---

[43] *Pedro de España*, en latín: Petrus Hispanus, s. XIII, autor del Tractatus, conocido como *Summulae logicalis magistri Petri Hispani o Summularum*, un importante manual de lógica que se utilizó en las universidades europeas desde el siglo XIII hasta el XVII; está dividida en dos partes principales: la primera, versa sobre las doctrinas de la «lógica antigua» (logica vetus) y la «lógica nueva» (logica nova), y la segunda parte, contiene doctrinas que han sido tratadas por la lógica moderna, esto significa que discurre sobre las propiedades de los términos. También le han sido atribuidas un buen número de obras sobre medicina y otro volumen de lógica: el Sincategoreumata. Tiene gran éxito en la Baja Edad Media hasta el comienzo de la era Moderna. (https://plato.stanford.edu/entries/peter-spain/ Consulta Enero 2017).

[44] En la época del Renacimiento, se enuncian ocho reglas, cuatro para los términos y cuatro para las proposiciones, cada formula en verso en latín y que pasan luego a la enseñanza tradicional: "*Que haya tres términos, medio, mayor, menor; la conclusión no debe nunca contener el medio; los términos no deben tomarse en una extensión más grande en la conclusión que en las premisas; que el medio sea tomado, al menos una vez, universalmente; dos premisas afirmativas no pueden engendrar una negativa; si las dos premisas son negativas no hay conclusión; la conclusión sale siempre de la parte la más débil; ninguna conclusión sale de dos particulares*".

[45] Por ejemplo Rabier: "Esta teoría, vacía de pensamiento, y que se contenta de dar pruebas, ha sido desgraciadamente remplazada y hace olvidar aquella de Aristóteles, cuyas pruebas son al mismo tiempo razones. Ella es ciertamente la base del descrédito en el que cayó la lógica, desde el siglo XVII" (Lecons de Philosophie, II, Logique. Paris, Hachette, 1886, 6ª. ed., 1909, p.59. Citado por: Blanché/Dubucs 1996 152).

Se puede recalcar que la lista de modos se amplía con lo que los medievales llaman los *subalternos*, que se obtienen remplazando una conclusión universal por la particular que le es subalterna, sin embargo si este modo no figura explícitamente en Aristóteles, en el siglo I a. C. es *Ariston de Alejandría*[46] que nos lo presenta. (Ver Cuadrado lógico, 3.2.1 Inferencias Inmediatas- Fig. 1).

Una diferencia con respecto a Aristóteles es la introducción de silogismos que contienen uno o más términos singulares, cuya base en *Porfirio*[47] es la distinción del individuo de las *infimae species* (especies mínimas). La razón para asimilarlos en el Medio Evo es la asignación del individuo a una clase, o la de asignar el término singular a un término general, con una diferencia de extensión: la clase es singular porque tiene solo un miembro. Así, lo que se afirma o niega de una proposición singular se ve asimilada a una proposición universal porque lo que se afirma o niega de una clase singular es afirmado o negado de esta clase considerada en toda su extensión, que no se puede dividir. Ciertos autores hacían preceder el término singular a la expresión *Omne quod est* (Todo aquello que… es Sócrates es hombre). En *Guillermo d'Ockham*[48] se encuentra el ejemplo que se volvió tradicional

46 *Ariston de Alejan*dría, vive hacia el año 30 a.C., filósofo griego aristotélico.

47 *Porfirio* (232-304), filósofo griego neoplatónico discípulo de *Plotino*, se le debe la sistematización de la obra de su maestro. En su obra *Introductio in Praedicamenta*, comentario de la obra Categorías de Aristóteles, Porfirio describe cómo las cualidades atribuidas a las cosas pueden ser clasificadas, rompiendo con el concepto filosófico de substancia como una relación de género/especie. De esta manera, puede incorporar la lógica aristotélica al neoplatonismo, especialmente la doctrina de las categorías del ser interpretada en los términos de entidades. El Isagoge es una traducción al latín de la obra realizada por *Boecio*, que se convirtió en un libro de texto básico en las escuelas medievales, creándose el marco para el desarrollo filosófico-teológico medieval de la lógica y el problema de los universales.

48 *Guillermo d'Ockham* (en francés Occam) (1270-1347) es llamado el « Doctor Invencible » y el « Venerable Iniciador », es un filosofo, lógico y teológico inglés, miembro de la orden franciscana, considerado como el representante más eminente de la escuela escolástica *nominalista*, aunque el término no aparece sino en el siglo XV, se conoce como *terminista* (analiza el sentido de los términos). Su doctrina fue tildada de herejía por las autoridades eclesiásticas porque cuestiona muchos de los postulados de la teología tradicional, notablemente sus premisas "científicas". Ockham critica también los fundamentos de la autoridad del Papa. Se ve en Ockham la prefiguración de la ciencia moderna, del empirismo inglés y la filosofía analítica contemporánea, por el tipo de razonamiento que utiliza en el discurso racional en detrimento de una especulación metafísica sobre las esencias. Seis siglos antes de considerarse la separación de la Iglesia y el Estado, el presenta entonces la secularización. Por su nominalismo los conceptos universales y abstractos (humanidad, animal, belleza), son solamente palabras que no tienen ninguna realidad porque el conocimiento se apoya sobre las cosas sensibles y singulares. Influye igualmente sobre el reformador Lutero porque presenta la separación entre la fe y la razón, es decir entre la teología y la filosofía.

de la mortalidad de Sócrates, donde el término singular es el menor, sujeto de la premisa menor y de la conclusión.

Todo hombre es mortal;
Sócrates es hombre;
Sócrates es mortal.

Anotaciones Epistemológicas

La admisión de silogismos singulares era necesaria y se ve un progreso en la lógica, pero no se trata solamente de un asunto verbal, al contrario es la de tener claridad de si se trata de un individuo (singularidad) o de un concepto (clase). Con *Abélard* se puede decir que un enunciado de *dicto* es singular (sujeto el *dictum*) y un enunciado de *re* que puede ser particular o universal, según la cantidad del sujeto.

Igualmente, en este período se ve el resurgimiento de los comentaristas de Aristóteles y la importancia de la lógica en la obra de los grandes filósofos teólogos, como *Alberto el Grande*[49] y *Tomas de Aquino*. Sin embargo, es en contra de esta última tendencia, la integración de la lógica a un sistema filosófico-teológico, que los grandes *terministas*[50] de principios de siglo XIV retoman la lógica desde un plano más formal. Uno de ellos es *Guillermo de Ockham* con su *Princeps Nominalium*, en el que el nominalismo se propone aclarar la confusión de la lógica con la metafísica y de tomar la defensa de la antigua concepción de la lógica como *Scientia Sermocinalis*, cuya función es la de analizar la estructura formal del lenguaje, de ahí el precepto conocido de Ockham: *la navaja de Ockham*, que dice: *no multiplicar los seres más allá de lo que se necesita*. Su principal obra: *Summa totius logicae*, conserva los términos, las proposiciones y los razonamientos, pero con la teoría de las *suposiciones* y de las *consecuencias*, asegura la originalidad de esta lógica al lado de la de Aristóteles.

(Maurice de Gandillac et Jeannine Quillet, « Ockham, Guillaume D' (1290 env.-env. 1349) - 1. Le « Venerabilis inceptor », en la Encyclopædia Universalis).

49 *Alberto El Grande* (su nombre *Albrecht von Bollstädt*) (1200-1280) dominicano alemán, filósofo, teólogo, naturalista, químico. Profesor de renombre en el siglo XIII, entre sus discípulos está Tomas de Aquino. Tiene una obra científica bastante amplia, brillante en el dominio de las ciencias naturales, 74 obras son reconocidas como auténticas. Conocedor de la obra de Aristóteles en Occidente, autor de una *Suma Teológica* que sirvió de modelo a la *Suma Teológica* de Aquino. (Atlas de Philosophie p. 83)

50 *Terminista* llamado también nominalista, que practica la lógica a partir de los términos.

5.3. LOGICA MODERNORUM.

Los lógicos de este periodo (siglo XIV) van a hacer diferentes planteamientos sobre la lógica. Walter *Burleigh*[51], cuya silogística tradicional es tratada como algo banal, se sitúa en el contenido de una *teoría general de consecuencias*, es decir una lógica de proposiciones que está en la base de la lógica[52]. Este es un hecho de gran importancia, porque se realiza un reverso en el orden tradicional: anteriormente el silogismo era visto como la forma elemental y tradicional de la inferencia válida y las otras inferencias válidas eran analizadas como composiciones de silogismos o como silogismos incompletos, o como combinación de las dos y su validez no aparece claramente sino como referencia a la forma silogística. Ahora al contrario, la silogística y sus derivados se colocan bajo la dependencia de formas de inferencia más elementales, aquellas que rigen las relaciones de proposiciones no-analizadas, en donde a la base está la *teoría general de consecuencias*. Para los modernos, es el planteamiento del soporte del cálculo de proposiciones.

Por otro lado, *Buridan*[53], en su tratado *Consequentiae*, seguido por su discípulo *Albert de Saxe*[54], expresa en unas explicaciones sobre el lenguaje utilizado (*metalenguaje* actualmente), las leyes de lo que se llama hoy el *cálculo de proposiciones* y las organiza bajo una forma de un *sistema deductivo*, en éste las reglas de consecuencia que conciernen las proposiciones no-analizadas son las primeras en ser establecidas y probadas.

---

51 *Burleigh, Walter* (1275-1357): Teólogo y filósofo inglés, hizo sus estudios en Oxford y en Paris. Conocido por la importancia en las disputas escolásticas. Sus obras son comentarios sobre Aristóteles y una historia de la antigüedad: *De vita et moribus philosophorum*. Pertenece a los nominalistas y adversario de los scotistas. (Diccionario Universal de la Lengua Castellana, Ciencias y Artes, bajo la dirección de Nicolás María Serrano. Biblioteca Universal Ilustrada de Astort Hermanos, Madrid 1876, tomo II, p. 1727).

52 Los progresos de la lógica actual confirman la importancia de esta decisión.

53 *Buridan, Jean (1300-1358).* Lógico francés y comentarista de Aristóteles. Su obra: *Summulae Logicae.* Fue rector de la Universidad de Paris, es influenciado por *Pedro de España y de Ockham.* Con el primero recibe la distinción entre el *"significado"* de un nombre y su valor de substitución. Con el segundo, estima que todas las partes de un enunciado, y no solamente el termino substantivo, pueden llenar la función de substitución. Así mismo, la noción de *simple valor de substitución* en el sentido que lo entiende *Pedro de España,* da lugar a la noción de *valor de substitución material* de los conceptos y de los nombres. Con la tesis de *Autrecourt* según la cual no se puede probar la existencia de una cosa a partir de la existencia de otra, opone entonces su noción de demostración a partir de las premisas hipotéticas. http://www.universalis.fr/encyclopedie/jean-buridan/#i_35294. (Consultado Enero 2017)

54 *Albert de Saxe (*en latín *Albertus de* Saxonia**)** (1316 –1390), filósofo alemán, discípulo de Jean Buridan.

Anotaciones Epistemológicas

Dos grupos de teorías se presentan en el Medio Evo, las que retoman la lógica antigua, con una presentación diferente y aquellas que aportan nuevos elementos a la lógica antigua. Aunque los medievales, no hablarían de novedad, porque en lógica estaban convencidos que su oficio *era perpetuar la tradición*, pero sí hay algunas novedades, tales como:

- Relativas a las *obligaciones*, que son convenciones que variaban de una universidad a otra, pero a su vez, se encontraban reglas de carácter lógico o metodológico (como las que se imponen, en la actualidad, a los sistemas axiomáticos para asegurar su validez).

- Los *sincategoremas* (*syncategoremata*), que son los términos esenciales de un enunciado como los nombres y el verbo, que tienen un significado por ellos mismos. Sin embargo, se hace un llamado a otras palabras que tienen por función modificar o determinar estos nombres o verbos, por ejemplo la conjunción, la negación, los cuantificadores, que adquieren su significado por sus combinaciones con los nombres y verbos (*consignificantia*, en latín) como: *todo, algún, ninguno,* etc. y se llaman signos de universalidad o particularidad. Así mismo que, las negaciones, *no,* conjunciones *y,* disyunciones o, las preposiciones exclusivas como *salvo, solamente,* términos que no se prestan para ser sujetos o predicados, ni para ser parte de ellos. Los medievales tienen esta distinción porque está en la base de una *l*ógica formal, que permite separar lo que es la *materia* y lo que es el *esqueleto lógico*, la *forma.* Así, la distinción que se hace hoy entre las constantes materiales y las constantes lógicas, es la distinción entre los *categoremas* y los *sincategoremas*.

- Otra parte importante de los manuales o *sumas lógicas* del Medio Evo es la *parva logicalia* o las propiedades de los términos, donde se distinguen los diversos roles que las palabras o las expresiones pueden jugar cuando figuran como términos en una proposición. Se acompaña de una clasificación de las partes del discurso, según la aptitud de cada una para jugar el rol. *Shyreswood*[55] distingue

[55] *Shyreswood, Guillelmus*: (muere en 1270), filósofo inglés, maestro de *Pierre d'Espange*. Se ocupó fundamentalmente de cuestiones lógicas; se encuentran en su obra *Introductiones in Logicam* estudios sobre las proposiciones, los predicables, los silogismos, las fuentes dialécticas, los sofismas o los términos sincategoremáticos, y siendo, entre estos últimos, de especial mención los estudios sobre la *suposición*. http://data.bnf.fr/12490545/guillaume_de_shyreswood/ (Consultado Enero 2017)

cuatro especies de propiedades: el *significado*, la *suposición*, la *copulación*, la *apelación*; por ejemplo el significado se define como la presentación de una cierta forma (como idea), la suposición como "estar colocado bajo", …etc.

Burleigh presenta una sistematización colocando la *suposición* como relacionada con el sujeto de la proposición, la *apelación* al predicado y la *copulación* al verbo. La más importante de estas nociones es la *suposición*, en un sentido restrictivo, porque no conviene sino al substantivo-sujeto, que tiene por rol representar los seres que el supone, serían como sus "soportes". En la proposición *el hombre es mortal,* la palabra *hombre* tiene como soporte los hombres individuales como Juan, Pedro, Sócrates, ... etc.; mientras que ni la cópula ni el predicado tienen soportes. La *teoría de suposiciones* permitía, entre otras funciones, tener el rol de lo que actualmente se puede llamar los *niveles del lenguaje*, que se marcan con diferencias en la escritura (entre comillas, usando alfabetos diferentes para el lenguaje y el metalenguaje, etc. …)[56] .

- Los tratados de *sophismata,* pretendían que el principal interés de la lógica estaba en reconocer los sofismas y poder aclararlos, a partir del *Organon,* inscritos en el tratado *De los Rechazos sofísticos.* Se trata de expresiones ambigüas que imponen distinciones de orden lógico para sacar expresiones precisas. En términos modernos: no se debe escribir : , "que es una formula equívoca", sino que se debe "escoger entre".

- Así mismo, se puede agregar los *insolubilia*, o dificultades insolubles pero cuya solución se ha dejado de lado y causa problemas a los lógicos. Se trata de las *antinomias,* cuya verdad implica su propia falsedad, y recíprocamente. Por ejemplo, algunas variantes de la paradoja del *Mentiroso* de *Eubolido*, retomadas por *Albert de Saxe*:

"*Esta proposición es falsa*".

"La proposición que enuncio es la misma que aquella que enuncia Platón, sabiendo que aquella que enuncia Platón es falsa".

La dificultad está en que la proposición contiene un predicado que se refiere a la proposición misma (autorreferencia), cuyas soluciones están en *la Teoría de Consequentiae (de Consecuencias),*

[56] El latín de los medievales aclaraba las expresiones con la teoría de suposiciones y la jerarquía de las intenciones.

que se puede pensar como una prefiguración de una parte esencial y fundamental de la lógica contemporánea[57]. Así, *Abélard* designa la proposición condicional como la que se inscribe por *Si… entonces;* para *Duns Scot*[58], *"una consecuencia es una proposición hipotética compuesta por un antecedente y un consecuente unidos de tal manera que sea imposible que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso"*. A esto se le agrega el concepto de validez de un razonamiento, es decir la justificación de la consecuencia a partir de las premisas. Se habla de antecedente y consecuente, en cuanto a la proposición hipotética; o de premisas y conclusión en un vocabulario general del razonamiento. Es decir una distinción, que no siempre es netamente hecha, entre la forma hipotética de una proposición, verdadera o falsa, y de la forma inferencial, aquella de un razonamiento, correcto o incorrecto.

- Los medievales distinguen varias especies de consecuencias, en principio las formales y las materiales:

- Las formales, si la forma resulta que es válida para todos los términos o sea una consecuencia en la que toda proposición teniendo la misma forma es una consecuencia válida; es lo que la lógica contemporánea llama una *tautología* (siempre verdadera), para todas las constantes que se substituyen por las variables.

- Una consecuencia es material, cuando puede dejar de ser válida, que aunque manteniendo la forma, se cambian los términos. Por ejemplo: "Si algún hombre corre, entonces algún animal corre" es una consecuencia que es válida solamente *materialmente*, porque no es más valida al cambiar los términos, por ejemplo: "Si algún caballo se pasea entonces algún bosque se pasea".

---

57 Sus orígenes pueden ser la transmisión de los escolásticos a Boecio y Abélard o tomados de la obra de Aristóteles (*Los Tópicos*) (Blanche/Dubucs 1996 161).

58 *Jean Duns Scot* (1265-1308), teólogo y filósofo irlandés, fundador de la escolástica llamada *scotista,* pertenece a la orden franciscana e influencia notablemente a Ockham. Es conocido por el *Doctor Sutil,* por el sentido agudo de la argumentación y de la finura del exámen crítica de las doctrinas de sus predecesores. Como la mayoría de los escolásticos, Duns Scot piensa que Dios puede ser buscado por la razón, inclusive si hay una revelación, porque creer no es comprender, hay una conciencia de Dios y un conocimiento subyacente que es imprecisa y mediata, por lo cual es necesario de una revelación para abordar lo que no es asequible por la razón natural. Defiende la primacía del *libre albedrio* sobre el intelecto (Kunzmann/ Burkand/Wiedmann 1993 87).

- En las consecuencias formales, la imposibilidad de un consecuente falso para un antecedente verdadero es una imposibilidad lógica; con las consecuencias materiales esta imposibilidad está en función del valor de verdad de las dos proposiciones, según su materialidad, es decir del sentido de los términos que figuran en las proposiciones.
- A su vez, las consecuencias materiales se subdividen en consecuencias simples y en válidas solamente *ut nunc* (*por ahora).* Una consecuencia es válida simple cuando en ningún momento no puede tener su antecedente verdadero sin que su consecuente lo sea, es decir cuando es válida todo el tiempo. Es válida solamente *ut nunc* (*por ahora*) cuando no es válida todo el tiempo, como la implicación *philoniena* (de Philon discípulo de Diodoro) *si hace noche hace claro,* lo que sería *si hace noche hace oscuro,* porque su verdad varía según el momento del día. La implicación philoniena es la consecuencia *ut nunc* o la de Russell, que es la que figura en un cálculo verifuncional, aunque en esta se pueden encontrar paradojas.

6. EL PRINCIPIO DE LOS TIEMPOS MODERNOS Y EL RENACIMIENTO.

Con el humanismo del Renacimiento, se pretende redescubrir la antigüedad, se exploran nuevas vías con el deseo de una vida nueva, de manera que, se afirma la idea del "hombre honesto" que se opone al "hombre pedante", el escolástico, que no ha podido salir de las costumbres estrechas de la escuela donde la enseñanza de la lógica y de las formulas ocupaban un lugar privilegiado. Aristóteles es eclipsado y Platón toma el relevo, lo que queda es la lógica de los pedagogos. Del silogismo y de la teoría de la prueba, se gira hacia la teoría de la argumentación, la dialéctica y la retórica (mitad siglo XIV). Las demostraciones complicadas de la escolástica aristotélica no interesan, no persuaden, el razonamiento debe servir a la persuasión y la retórica clarifica, es más eficaz porque no tiene técnica y se dirige al hombre. Lo que se quiere es un método potente y operativo, capaz de guiar útilmente la actividad intelectual en la búsqueda de la verdad.

Estas características de los nuevos planteamientos de la lógica pedagógica, se encuentran en la obra de *Pierre de la Ramée*, así mismo otra de las características de esta nueva lógica que es el planteamiento de un *método práctico* para la ciencia, el mejor representante es *René Descartes* e igualmente el ejemplo típico de la búsqueda de un espíritu nuevo para la lógica tradicional se encuentra en *Blaise Pascal* y en la *Lógica de Port Royal.*

6.1. Pierre de la Ramée y los Humanistas

De la Ramée[59] , en su obra sobre la *dialéctica*, ataca a Aristóteles, es el primer libro escrito en francés que plantea el arte de *discutir bien* por medio de argumentos y se basa en las obras de *Ciceron* y *Quintilien*[60]. Las partes de la dialéctica son dos: *invención* y *juicio*. La invención declara que toda frase es compuesta y el juicio muestra las maneras de estructurar sus elementos[61] (como una sintaxis). El método de la dialéctica en el renacimiento que, difiere de la dialéctica de los antiguos, tiene como finalidad la obtención de reglas a partir de la reflexión y deliberación sobre los escritos de los grandes autores, que se pueden imitar, igualar y sobrepasar; no usa variables, porque las fórmulas, no son el ejemplo de nada real y no sirven de nada. Así, es preferible ejemplos que se toman de los poetas y oradores clásicos, llegando entonces a una lógica humanista, más apropiada para el Renacimiento literario del siglo XVI, en donde el estudio de la elocuencia está ligada a la filosofía. La autoridad de estos oradores y poetas se invoca con el apoyo de reglas de la lógica y como consecuencia las áridas disputas de la dialéctica griega, ceden el lugar a la *enseñanza* que por encima de la autoridad de Aristóteles crece la autoridad de la razón.

En el mismo sentido que de la *Ramée*, *Francis Bacon*[62], critica la escolástica y pretende renovar el *Organon* por una lógica experimental y eficiente: opone el método deductivo silogístico a un método inductivo. El hecho

---

59 *Pierre de la Ramée*, en latín Petrus Ramus (1515-1572) es un lógico y filósofo francés convertido al calvinismo. Es uno de los grandes sabios humanistas del siglo XVI y el primer filósofo de Francia, antes de Descartes.

60 *Quintilien* (en latín *Marcus Fabius Quintilianus*), del siglo I, hacia el año 35. Es un pensador romano, de la provincia tarragonesa en España, que trata teóricamente las preguntas pedagógicas. Autor de un importante manual de retórica, *Institution oratoire*, cuya influencia sobre el arte oratorio se prolonga durante siglos; sus observaciones tratan sobre la gramática, retórica, la filosofía, la geometría y la música. Pedagógicamente lo que pretende es que estos estudios sean aprendidos simultáneamente. Un verso atribuido a Quintilien es muy célebre: *Quis, quid, ubi, quibus auxiliis, cur, quomodo, quando* : « ¿Quien, qué, donde, con qué medios, por qué, cómo, cuándo ? » Este principio llamado: "QQDCPCC", encierra lo que se llama en retórica las circunstancias: la persona, el hecho, el lugar, los medios, los motivos, la manera y el tiempo. (http://www.cosmovisions.com/Quintilien.htm Consultado Enero 2017).

61 Cuestiones que están muy claras en Aristóteles (los Tópicos).

62 *Francis Bacon* (1561-1626), filósofo inglés, desarrolla en su obra *De dignitate et augmentis scientiarum,* una teoría empirista del conocimiento, y precisa las reglas del método experimental en el *Novum Organum,* lo que lo hace uno de los pioneros del pensamiento científico moderno. El plantea que el objetivo de la ciencia es el de dominar

de encontrar que hay una primacía y jerarquización a partir de conceptos genéricos y una mecanización del pensamiento en la lógica antigua, esta lógica debe dejarse de lado. Lo que la remplaza es el establecimiento de un método, inspirado del utilizado por la *ciencia* y presenta la *matemática* como disciplina rectora para el trabajo científico y más generalmente para las operaciones del entendimiento, suplantando de esta manera a la lógica. Se nota una diferencia de naturaleza entre la matemática (utilizada más para asuntos comerciales) y la lógica, lo que presupone una separación radical. Sin embargo hay un concepto de la lógica antigua que se superpone, el *silogismo*, que ya no representa la sola forma de deducción válida, pero se sigue pensando que el razonamiento matemático se resuelve finalmente con silogismos, cuando se analiza en sus articulaciones últimas.

Paralelamente, se constata que los humanistas adversarios de la escolástica, tienen la tendencia a liberar la lógica de la metafísica y a realizar un método de pensamiento científico. Operación que es realizada radicalmente por *Galileo*[63], al dejar de lado la lógica y la filosofía del concepto que le estaba ligada y substituir la explicación del método teórico por el método practicado por la ciencia, gracias a los debates entre filósofos, para constituir un cuerpo de verdades.

Anotaciones Epistemológicas

Se produce, entonces, un cambio crucial en la historia del pensamiento con la invención de la física científica por Galileo, se abandona la física animista de Aristóteles por una mecánica matemática, con lo cual se inaugura una lectura matemática de la naturaleza, cuyos caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, por lo cual las matemáticas se imponen como modelo científico y de conocimiento y la búsqueda de un *Método* se impone.

la naturaleza con el fin de contribuir al bienestar de la sociedad, en donde *saber significa poder* (Kunzmann/ Burkand/Wiedmann 1993 95).

63 *Galileo Galilei* (1564-1642), astrónomo, filósofo, ingeniero, matemático y físico italiano, relacionado con la revolución científica. Eminente hombre del Renacimiento, se interesa a todas ciencias y artes. Presenta la primera ley del movimiento, innumerables observaciones astronómicas, mejora el telescopio y apoya la “revolución copernicana”. Es considerado como “el padre de la astronomía y física moderna y el padre de la ciencia”. Complementa los desarrollos de Francis Bacon y Johannes Kepler pero rompe con la física aristotélica

6.2. René Descartes.

Aparentemente *Descartes*[64] no aportó nada a la lógica, pero ilustra el sistema de ideas por las cuales se explica la declinación de la lógica en principios de los tiempos modernos. La novedad cartesiana reside en priorizar las *relaciones* que los lógicos, como Aristóteles no les concedían sino un papel secundario. En este caso, los términos se colocan primero y las relaciones vienen luego a unirlos; en Descartes, al contrario los términos, salvo el primero y eso en un problema dado, no existen sino por la *relación*. Lo esencial de la deducción cartesiana es ésta *relación*, diferente al silogismo tradicional, que permite, con la ayuda de un pequeño número de términos primeros y absolutos, construir una multitud indefinida de términos que determina a la vez otros nuevos perfectamente determinados (como por ejemplo, en la progresión geométrica que se obtiene: 6 por duplicación de 3, luego 12 por duplicación de 6, etc., en donde cada término nuevo se determina por el absoluto inicial y por la relación que lo une a él; el término absoluto por él mismo, no determina nada y de esta manera se pueden definir los términos nuevos con toda certeza).

Descartes es opuesto al *formalismo,* no solo por su esterilidad sino porque enceguece la inteligencia a causa de la sumisión a las reglas, que permiten hablar sin juicio de las cosas que se ignoran. El formalismo algebraico de Descartes necesita una asociación intima con la Geometría que permite

---

[64] *Réné Descartes* (1596-1650). Filósofo, físico y matemático francés. Después del esplendor de la antigua filosofía griega y del apogeo y crisis de la escolástica en la Europa medieval, los nuevos aires del Renacimiento y la revolución científica que lo acompañó darían lugar, en el siglo XVII, a una *Filosofía Moderna,* en la que Descartes se convierte en uno de sus fundadores, con su *racionalismo.* Se propone hacer *tabla rasa* de la tradición y construir un nuevo edificio sobre la base de la razón y la metodología de las Matemáticas. Su «duda metódica» no cuestionó a Dios, sino todo lo contrario; sin embargo, al igual que Galileo, sufrió la persecución a causa de sus ideas. Se une al sistema cosmológico copernicano y presenta sus ideas nuevas sobre el hombre y el mundo en sus pensamientos metafísicos, ideas que revolucionaron la Filosofía y la Teología.
El formula en latín el cogito — « Yo pienso luego existo » — funda así el sistema de ciencias sobre el sujeto conocedor del mundo que él se representa y marca la génesis de la subjetividad moderna. En física aporta una contribución a la Óptica y es considerado como uno de los fundadores del mecanismo, en Matemáticas está al origen de la Geometría Analítica. Su método científico, expuesto a partir de 1628 en las *Reglas para la Dirección del Espíritu*, y luego en *El Discurso del Método* en 1637, afirma una ruptura con respecto a la escolástica enseñada en la universidad y comienza con la cita: "el buen sentido es la cosa del mundo mejor compartida". Método caracterizado por su simplicidad inspirado en el método matemático y pretende remplazar la silogística aristotélica.
La influencia de Descartes será determinante sobre todo su siglo: los grandes filósofos que le sucedieron desarrollaron su propia filosofía con respecto a la suya, sea desarrollándola como Arnauld, Malebranche, sea oponiéndose como en Hobbes, Pascal, Spinoza o Leibniz. (Atlas de Philosophie p. 105-107).

controlarlo porque hace un llamado a la intuición. Se trata de una intuición intelectual y así el cuenta con el punto de partida de la deducción que consiste en ideas claras y diferenciadas y en ese caso la deducción no es solamente válida formalmente, sino materialmente verdadera. De manera que, si las ideas iniciales son oscuras y confusas, no se tiene certeza de las consecuencias que se deducen, lo que quiere decir que no es solo a la coherencia de la estructura que toca sino a la *verdad*.

Descartes pregona el no dormirse sobre la falsa seguridad de las reglas, al contrario recomienda ser vigilante y acrecentar la vía de la razón.

En el *Discuro del Método (Discours de la Méthode de 1637)*, el método cartesiano tiene por objeto el rechazo de la lógica escolástica que considera estéril porque no permite descubrir nuevas verdades, de allí su propuesta de un *método* para descubrir verdades que tomen como modelo las matemáticas y particularmente la geometría analítica. Método que se aplica a todas las ciencias, es decir a cada saber organizado y transmisible. Las reglas del método determinan:

- La evidencia: tener como punto de partida una idea evidente que se impone de ella misma al espíritu
- El análisis: dividir las dificultades
- La síntesis: conducir ordenadamente las deducciones procediendo de lo simple a lo compuesto
- La enumeración: asegurarse que nada se omite

El espíritu cartesiano que se expande durante el siglo XVII, acentúa de más en más la ruptura con el pasado y la lógica tiende a subordinarse al método, concebido como una especie de "terapia intelectual".

6.3. Blaise Pascal

Pascal[65] afirma su desacuerdo con Descartes, notablemente sobre el rol de la intuición y el estatuto de la lógica. El nos presenta tres órdenes

[65] *Blaise Pascal* (1623-1662), es un matemático, físico, inventor, filósofo, moralista y teólogo francés. A los 16 años trabaja sobre lo que se llamará la *Geometría Proyectiva,* utiliza y profundiza sobre las cónicas de Apolonio y la obra de Desargues: *Brouillon-project d'une atteinte aux événemens des rencontres du cone avec un plan,* que lo conducen a su obra: *Essai pour les coniques* y termina un tratado en 1648 *Generatio conisectionum* (*Génération des sections coniques*). A los 18 años (1641), Pascal desarrolla la *Pascalina,* calculadora para efectuar adiciones y sustracciones con el fin de ayudar a su padre en el trabajo. La gran innovación es el *Teorema de Pascal,* que dice que *el hexagrama formado por 6 puntos de una cónica tiene sus lados opuestos concurrentes en tres puntos alineados.* A partir de 1650, Pascal se interesa por el Cálculo Infinitesimal y en Aritmética sobre las cadenas de números enteros y utiliza por primera vez el

de conocimiento: el primero porta sobre el conocimiento de las cosas sensibles, los dos otros conciernen las verdades racionales: el conocimiento por medio del corazón y aquel de la razón. El conocimiento por el corazón está centrada en la intuición que va más allá del lenguaje y por la cual se conocen los primeros principios: espacio, tiempo, movimiento, nombre. Por la razón, se desarrolla el conocimiento discursivo, el lógico: "es sobre estos conocimientos del corazón y del instinto que la razón se apoya y que funda todo su discurso"."El corazón tiene sus razones que la razón no conoce"(*Pensées).*

Así mismo, de manera moderna, concibe la lógica como un método deductivo fundado sobre nociones y proposiciones primitivas que comprende dos reglas principales: la una, de no emplear ningún término que no se ha explicado con anterioridad; la otra, de no avanzar ninguna proposición que no se demuestre por verdades ya conocidas; es decir, definir todos los términos y probar todas las proposiciones (*De l'esprit géométrique et de l'art de persuader).* Sin embargo es un método utópico porque nunca se termina de definir los primeros términos y de probar las primeras proposiciones. El hombre, como ser finito, no puede controlar las regresiones al infinito, es necesario, entonces parar en las primeras nociones y proposiciones que el corazón garantiza, en donde la razón debe apoyarse. Como en Descartes, el conocimiento se funda sobre las verdades de evidencia, conocidas por intuición, sin embargo, la deducción de las verdades complejas no es de la intuición, sino del uso reglado de la razón

razonamiento por *recurrencia*. En su tratado: *Traité du triangle arithmétique* da una presentación, en tabla, de los coeficientes del binomio, llamada el *triángulo aritmético*, actualmente conocido bajo el nombre de "triángulo de Pascal". Así mismo, esquematizó una *geometría del azar*, que correspondería a ciertos desarrollos de Fermat.
La contribución mayor de Pascal a la *filosofía de las matemáticas* es *l'Esprit géométrique*, escrito como un prefacio de un manual *Éléments de géométrie* para las escuelas de Port-Royal, a la demanda de Arnauld; trabajo que se publica un siglo después, aquí el examina las posibilidades de descubrir la verdad, argumentando que lo ideal para este método sería el de basarse en las proposiciones cuya verdad está establecida, pero que sin embargo afirma que era imposible porque establecer estas verdades requería apoyarse sobre otras verdades y que los principios primeros no podrían ser alcanzados. Pascal, entonces presenta el procedimiento en geometría como lo más perfecto posible, con ciertos principios enunciados pero no demostrados y las otras proposiciones podrían ser desarrolladas a partir de ellos; no obstante no era posible saber si estos principios eran verdaderos. En *l'Esprit géométrique et de l'Art de persuader*, Pascal estudia el método axiomático en geometría, particularmente en lo que concierne el saber cómo el pueblo puede ser convencido de los axiomas sobre los cuales las conclusiones se fundan.
En sus *Éléments de géométrie* muestra su interés por la enseñanza y sus reflexiones sobre la pedagogía de las matemáticas, y también, sobre los métodos de lectura, particularmente en su obra: *Une nouvelle manière pour apprendre à lire facilement en toutes sortes de langues.* (François Boituzat : Pascal, Blaise. *Dictionnaire d'histoire et philosophie des sciences*. Paris, PUF, 2006, 845).

discursiva. Así mismo, este uso reglado para controlar el pensamiento que da Pascal, igual que el de Descartes no son una lógica sino un *Método, pero antes de éste*

Diciendo que los hombres son obligados a ser justos antes de la búsqueda de la verdad de las ciencias, porque éstas pueden ser un divertimento vano (*Pensées)*.

> ***Anotaciones Epistemológicas***
>
> Este método de Pascal se agrega a la lógica de Port Royal, lo que le da el título de *moderna* conforme al arte de dirigir el pensamiento, pero se aleja de lo que sería una ciencia formal. Igualmente, en la lógica de Pascal, se ve la influencia del método cartesiano.

6.4. LÓGICA DE PORT ROYAL.

En 1662 aparece un tratado llamado *La Lógica de Port Royal o el Arte de Pensar*, de *Antoine Arnauld*[66] y *Pierre Nicole*[67], que tuvo gran importancia en la enseñanza de toda Europa, lo cual muestra la fuerza de la obra que vence la resistencia presentada por los Jesuitas a la Escuela de Port Royal[68]. El espíritu en el que fue escrito, es que mientras en la Escolástica, según la tradición del *trívium*, se consagraba un año entero al estudio de la lógica, ciencia reputada por el acceso difícil y por su abstracción, con este *arte de pensar* se hace poco caso a la lógica concebida como disciplina especulativa

[66] *Antoine Arnauld* (1612-1694), es un teólogo, filósofo y matemático francés, llamado el *Gran Arnaud.* Perteneciente a los *jansenistas.* Se opone a los libertinos, protestantes y a los jesuitas. En filosofía puede considerarse como un representante crítico del cartesianismo, mostrando sus errores así como los de Aristóteles, Leibniz y Malebranche. Con *Pierre Nicole* fue el autor de la *Logique ou l'art de penser,* que se vuelve rápidamente una obra fundamental en la historia de esta disciplina, destinado a reemplazar las compilaciones escolásticas, utilizado como manual hasta el siglo XX. En lo que concierne la *Grammaire générale et raisonnée,* Arnauld fue considerado como uno de los grandes matemáticos de su tiempo, se le llama por algunos el *Euclides del siglo XVII.* Es representante de la Escuela de Port Royal y del movimiento *jansenista.*

[67] *Pierre Nicole* (1625-1695) es un teólogo francés, considerado como uno de los principales *jansenistas,* trabaja con Arnauld.

[68] *Escuela de Port Royal*: La cual recoge el desarrollo de una vida intensa intelectual, religiosa y política del siglo XIII. Al principio fue una simple Abadía cisterciense femenina en las cercanías de Paris, pero luego se convierte en uno de los sitios de la reforma católica, un símbolo de protesta política y religiosa frente al absolutismo del rey y a las reformas teológicas y eclesiásticas. Inaugura las *granjas escolares* para niños, que pretenden la enseñanza no solamente del latín y el francés sino darle al griego el lugar que tenía en la antigüedad y se le consagraban de tres a cuatro años. En su seno acoge el movimiento *jansenista,* que es una doctrina teológica al origen de un movimiento religioso, político y filosófico que quieren centrarse en la doctrina de San Agustín, se distinguen por su rigor espiritual y su hostilidad hacia los Jesuítas y su casuística; su nombre se debe a *Cornelius Jansen.*

o de ciencia, como se enseña en los escuelas la geometría, la historia o la teología, porque su objetivo es diferente que es el de construir un arte y no una ciencia en el que se aprenden las formulas verbales para pensar mejor, no es una teoría es una *práctica*.

Se trata de ejercer nuestro juicio y alcanzar seguridad y no la aplicación maquinal de fórmulas que nos dispensa de pensar, prioriza el hábito de aplicarla por medio de ejemplos buscando ilustraciones en razonamientos que tienen resonancia en los diversos dominios del pensamiento, que van de la geometría a la moral, o de los escritos clásicos o familiares a los lectores. En lugar de una lógica "seca" porque no se refiere a nada y que se olvida al salir de la escuela porque niega lo esencial y se concentra en lo accesorio, es mejor una lógica más divertida con un efecto más amplio y durable y que se refiera a temas usuales.

El arte de razonar está en juzgar *sanamente* antes que *razonar correctamente*, donde las reglas son despejadas y formuladas por reflexión sobre el quehacer espontáneo del pensamiento. Es la *luz natural* (intuición) que juzga la pertinencia de reglas, lo que está muy lejos de someterse ciegamente a ellas que, al contrario, conducen a una clase de perversión, porque es inútil al común de los hombres. Esta lógica, entonces, no es formal, porque no toma en cuenta las variables y el enunciado de reglas es reducido al mínimo que se percibe en la práctica misma.

Anotaciones Epistemológicas

Aunque Descartes tiene diferencias con Port Royal, se ve en éste un cierto espíritu cartesiano por la vigilancia del pensamiento, el llamado a ideas claras y distintas según luces naturales y al buen sentido.

Así mismo, en esta lógica se encuentran tesis o formas que se fueron desarrollando desde Aristóteles, como los elementos de la proposición, la substitución de la palabra- idea por concepto, la manera de entender las definiciones de nombre o la distinción dentro de las ideas entre su comprensión y su extensión. Aristóteles hacía la distinción entre definiciones que indican la esencia de la cosa y aquellas que dan el sentido de la palabra, los escolásticos hacen la distinción entre las definiciones reales, *quid rei* y las definiciones nominales, *quid nominis*. Port Royal retoma la división de definiciones de nombres y de cosas pero entiende de otra manera la dicotomía porque introduce, bajo la influencia de Pascal, una tercera noción de la definición, la *denominación*, como el hecho de imponer un nombre (una palabra única) para designar una cierta noción, con el fin de abreviar el discurso.

Igualmente, para Port Royal se entiende entonces, por *comprensión* de una noción o idea los *atributos* que ella tiene en sí misma y que no se le pueden quitar sin destruirla, por ejemplo, *hombre* se define en comprensión o intensión, como un animal dotado de razón, racional, según los atributos que lo distinguen de las otras especies. Se entiende por *extensión* de la idea, los sujetos a quienes esta idea conviene; *hombre* se define en extensión, por la enumeración del conjunto de los seres humanos (José, Pedro, Juan, …). Las proposiciones tradicionales pueden interpretarse en extensión: *Todo hombre es mortal* se interpreta en *la clase de los hombres que se incluye en la de los mortales.*

Para las proposiciones, la lógica de Port Royal sigue el uso escolástico de asociar el análisis lógico al análisis gramatical. La mayoría de los análisis que contiene son análisis del lenguaje destinados a hacer aparecer las formas lógicas fundamentales, que frecuentemente se disimulan bajo las formas variadas de la expresión, porque la correspondencia no es perfecta entre lenguaje y pensamiento.

De manera que, es necesario encontrar, bajo la diversidad, la complejidad y las irregularidades de las formas gramaticales, las estructuras lógicas que ellas recubren. Así, a partir del reconocimiento de este "desfase" entre las estructuras gramaticales de los idiomas históricos y de las estructuras lógicas del pensamiento se puede escoger, en general, dos partes diferentes: construir, al margen de las lenguas naturales, una lengua artificial que refleje exactamente las líneas lógicas del espíritu (opción que se realiza posteriormente a Leibniz) y aquel de Port Royal donde no hay lógica formal ni artificial sino que es la forma del discurso, donde hay operaciones lógicas del espíritu, que se exteriorizan en estas formas del lenguaje pero no pueden ser prisioneras de la forma.

El oficio de la lógica como *arte de pensar*, es despejar el pensamiento verdadero de la forma verbal y de llegar de la forma al sentido, es el sentido que interpreta la forma y no la forma que debe imponer el sentido (*Grammaire de Port Royal* por *Arnauld* y *Lancelot* siglo XVII). En cuanto al tratamiento de la silogística, la lógica de Port Royal adopta a la vez las formulas mnemotécnicas inventadas por los medievales y la forma de establecer los modos válidos para la eliminación de aquellos que violan las reglas establecidas. Las reglas se reducen a tres principales que son el fundamento de las otras y que son justificadas por su evidencia propia:

"*ningún* té*rmino puede ser más general en la conclusión que en las premisas; el medio debe ser tomado al menos una vez universalmente; las premisas deben contener la conclusión*"[69].

7. LA LÓGICA SIMBÓLICA: LEIBNIZ

La relación de la lógica leibniziana[70] a la lógica matemática se entiende como una relación de anticipación más que de paternidad. Se dice que es la interpretación de los contemporáneos (Russell, Couturat, …) sobre la obra de Leibniz, que produce luego la inspiración para la producción de una idea de la lógica concebida como *logística*[71]*,* de manera que el ideal que anima los lógicos actuales se reconoce en Leibniz.

Leibniz que puede ser considerado el *filosofo de la continuidad*, no es un revolucionario, el retoma lo que han dicho los otros, aceptándolo y luego profundizándolo, su oficio es el de despejar sus aportes y llevarlos a un nivel de claridad y entendimiento. Por ejemplo, la silogística que asegura la infalibilidad del razonamiento, muestra que por medio de la reducción de este razonamiento a la forma, el silogismo no es más que una de las formas de este razonamiento[72].

---

69 Esta tesis vulgarizada provoca un círculo vicioso del silogismo en la época moderna.

70 *Leibniz*, *Gottfried Wilhelm* (1646-1716) es un lógico alemán y el más importante entre Aristóteles y los lógicos del siglo XIX como Boole, de Morgan, … y que están en el origen de la lógica formal moderna. Leibniz no publicó nada estando vivo; la mayoría de los textos quedaron en esquemas. Como matemático, es conocido por sus aportes en análisis, aporta las primeras nociones del cálculo infinitesimal paralelamente a Newton. Como filósofo se interroga sobre la lógica, la metafísica, el derecho, la ética e inclusive la política y la teología. Leibniz escribe una *teoría de la jurisprudencia natural*, que es una teoría de probabilidades en derecho. En 1673 concibe una máquina de cálculo, que permite efectuar las cuatro operaciones y que inspira las máquinas de cálculo de los siglos XIX y XX. Como filósofo se interesa en la escolástica y la silogística; concibe también una enciclopedia o Biblioteca Universal.

71 *Logística* aparece hacia 1879 con Frege donde quiere liberar la lógica de lazos artificiales con las matemáticas, presentando una interrelación más profunda entre estas dos ciencias; luego a principios del siglo XX toma el nombre de *Lógica Matemática.*

72 Blanché nos previene sobre los riesgos que comportan las reconstrucciones de carácter retrospectivo. Las reinterpretaciones de la lógica antigua a la luz de las ideas de hoy nos expone a esos mismos peligros. Los progresos de la lógica contemporánea permitieron llegar hasta la inspiración original que asegura la unidad profunda bajo una aparente dispersión. Pero el desarrollo histórico de la lógica moderna tiene por efecto el capacitar al intérprete en su movimiento y de modificar su perspectiva. Así, Susan Bachelard dice que " el historiador de los años 1920, lector de los *Principia mathematica* de Russell y Whitehead, era susceptible de abordar el estudio de los textos leibnizianos con las claves de lectura que, al principio del siglo, no podía tener Couturat (filósofo francés) para quien

Al situarse en la prolongación de los autores que le preceden y de reconocer su mérito, Leibniz establece un inventario de los desarrollos en el dominio de la lógica. A Platón le acuerda el uso de definiciones, de la división y del procedimiento analítico; a Aristóteles, las formas silogísticas y los tópicos; a *Lulle*[73] el arte de disertación; a *Pedro de España* y a los *sumulistas*[74], la gramática filosófica con la teoría de las suposiciones; a *de la Ramée*, la demostración de las conversiones por medios silogísticos; a *Hospinianus*[75], la enumeración completa de los modos silogísticos; a *Jungius*[76], el descubrimiento de las inferencias *asilogísticas*.

Sin embargo, las realizaciones de Leibniz son parciales, fragmentos que se encadenan muy poco según un progreso lineal: la lógica de Leibniz es entonces una reconstrucción a partir de elementos dispersos guiados por algunas ideas matrices. Así, se puede decir que los lineamientos más sobresalientes de la *Lógica de Leibniz* consisten de una parte, fiel a la tradición aristotélica, a completar la silogística por medio de un *arte combinatorio;* por otra parte, la constitución de un lenguaje universal (*lingua characteristica universalis)* teniendo en cuenta no solo los conocimientos matemáticos, sino también los de la jurisprudencia, ontología, filosofía,

las formas existentes de cálculo lógico se reducían a las de Boole y Peano" (Bachelard, S. " Epistemologie et histoire des sciences", Revue de synthese, 1968, p.47- Citado por Blanche/Dubucs 1996 191).

73 *Raymond Lulle* (1235-1315): filósofo, poeta, teólogo franciscano, misionero, apologista y novelista de Mayorca. Escritor místico, los principios de su filosofía son inseparables de su proyecto de conversión de los musulmanes. Encuentra una gran oposición con los tomistas dominicanos. Es el primero en utilizar una lengua neo-latina, el catalán, para explicar conceptos filosóficos. Su obra es inmensa, escrita en catalán, árabe y latín. El hace la diferencia clara entre lógica medieval y escolástica. La lógica Medieval, con su espíritu de clasificación con divisiones y subdivisiones. La Escolástica tiende a liberarse de la subordinación a los fines metafísicos y teológicos, para volverse una ciencia que encuentra su fin en ella misma, quedándose con las formas de razonamiento. (Blanché/ Dubucs 1996 164-165)

74 *Sumulista*: Súmulas eran los compendios, tratados o *sumas* de los principios básicos de la Dialéctica y de la Lógica en el período escolástico. La «Lógica Sumulista» se inicia hacia 1230, entre las Facultades de Artes de París y Oxford, y se prolonga en España hasta 1550. Corresponde a lo que el P. Vicente Muñoz ha denominado «patrimonio escolástico», que, según él, «va desde el siglo XII hasta mediados del XVI» (Muñoz, 1975, 69).

75 *Johannes Hospinianus* (1515-1575) filósofo y docente universitario suizo del siglo XVI, estudia la retórica y la lógica. Fue profesor de griego, retórica y lógica en la Universidad de Basilea y Tubingen. Experimenta los métodos de la lógica, llamada la lógica aplicada. Las obras principales son: *Quaestionum dialecticarum librisex* , 1543; *Modos no esse tantum triginta sexo categorici syllogismi* , 1560; y *De Controversiis dialecticis* 1576.

76 *Joachim Jung o Jungius* (1587-1657): filósofo, matemático y naturalista alemán. Contemporáneo de Johannes Kepler (1571-1630) y de René Descartes (1596-1650), Jung es una de las principales figuras de la ciencia en el siglo XVII. Las principales obras de Jung son: *Logica Hamburgensis*, 1638, *Doxoscopia*, 1662 e *Isagoge phytoscopica*, 1679.

música, etc. e igualmente, al lado de esta lengua universal, un *cálculo formalizado (ratiotinator).*

7.1. La Combinatoria Silogística

Leibniz estima que Aristóteles es el “primero que ha escrito matemáticamente, fuera de las matemáticas”, a pesar de la admiración por su obra la estima imperfecta y desea mejorarla.

Se interesa particularmente a la silogística de Aristóteles, introduce algunas modificaciones, inspiradas de Hospinianus y Ramus, como los intentos de sistematizar y completar el silogismo. A los 18 años publica *De arte combinatoria* en *1766,* en donde simplifica las reglas de deducción de los silogismos recurriendo al principio de no-contradicción. Se basa en dos principios fundamentales:

- Todas nuestras ideas son formadas por un pequeño número de ideas simples que forman el alfabeto del pensamiento humano.
- Las ideas llamadas complejas proceden de estas ideas simples, estructuradas por intermedio de un sistema de composición que se podría llamar sintáctica actualmente, comparable a las reglas de cálculo de la aritmética y del álgebra.

De esta manera, construye según el arte combinatorio, la totalidad de modos posibles, y en lugar de los 14 modos aristotélicos (4+4+6) obtiene una tabla regular de 24 modos, donde cada figura cuenta con 6 modos y según él, porque “la naturaleza es regular en todas sus cosas” (*De arte combinatoria*; ver también *Nouveaux essais, IV, ii, 1).*

Así mismo, con el fin de facilitar la evaluación de los silogismos, Leibniz los representa gráficamente bajo la forma de círculos o segmentos de rectas (idea que retoman posteriormente Euler y Venn en el siglo XIX). Por ejemplo, si dos segmentos representan la extensión de los términos, se puede diagramar de la siguiente manera el silogismo en *BARBARA:*

- *Todos los F son G* *G* ¡-----------------------------------¡
- *Todos los H son F* *F* ¡------------------------¡
- *Todos los H son G* *H* ¡------------¡

El razonamiento es manifiestamente válido: se constata que las H están incluidos en las F, ellas mismas comprendidas en las G.

Así mismo, Leibniz va a mostrar las dificultades que encuentran estas reducciones de los razonamientos que concluyen en las formas tradicionales de la lógica[77], pero su ideal es el de un *formalismo estricto,* regulando directamente la estructura de caracteres (signos), independientemente de toda referencia a las ideas. Para este formalismo se presentan dos posibilidades: a- despejar expresamente las reglas lógicas nuevas autorizando sus manipulaciones, que no están en las reglas clásicas (cálculos que Leibniz emprende); b- expresar las inferencias de tal manera, que se puedan reducir a formas clásicas, que también Leibniz emprende.

Presenta igualmente, una tesis imprevista: la inclusión del predicado en el sujeto, que es un gran principio de la interpretación *logicista* del sistema de Leibniz y es conforme a la enseñanza de Aristóteles que enuncia la proposición bajo la forma *B pertenece a A* y no: *A es B.*

Esta tesis incide en su teoría de las proposiciones así:

- Minimiza la diferencia entre proposiciones singulares y universales
- Prioriza la forma categórica a la hipotética
- Prioriza la interpretación *intensivista (intensión) a la extensivista (extensión)*

Sin embargo, la primera tesis es paradójica porque atenúa las proposiciones universales, en el sentido que, la manera de formular las proposiciones universales es tomada de las singulares. Así, en una proposición singular, el sujeto es un verdadero sujeto: un individuo que tiene atributos, como *Sócrates* que es a la vez *mortal* y *hombre*, y no un *concepto* a mismo título que el atributo, como en *el hombre es mortal*, que es una proposición universal. Lo que tiene como consecuencia, la de conferir a los universales el carácter existencial que, en principio, es válida para los singulares, porque en un singular la atribución de un predicado a un sujeto presenta la realidad del sujeto (la nada no tiene propiedades). Este aporte existencial de la proposición singular se presupone entonces, en las inferencias de los universales.

Anotaciones Epistemológicas

Estas inferencias universales tenidas en cuenta como válidas según las reglas clásicas, pueden sin embargo, ser incorrectas, como por ejemplo: *Todos los que ríen son hombres entonces el hombre ríe,*

[77] Este punto había sido señalado por Jungius (1587-1657), publica en 1638 las *Institutiones Logicae*, más conocida por el nombre de *Logica hamburgensis*. Tratado casi oficial para la enseñanza de la lógica en los establecimientos de Hambourg. (Blanché/Dubucs p.195-196)

porque si es verdad que la *risa* es propia del hombre, eso no sigue necesariamente a que exista un *hombre que se está riendo.*

Se distinguen, entonces, dos interpretaciones del error en las inferencias: o se habla de una existencia en el sentido de una posibilidad como *idea* y entonces la conclusión es verdadera, inclusive si *ningún hombre se ríe*; o bien se entiende como una existencia en acto, entonces lo universal no puede tenerse como verdadero sino cuando lo particular lo es en efecto. En los dos casos la inferencia es válida pero se reconoce la ambigüedad del lenguaje.

Leibniz favoriza, en cierta manera, la confusión que él mismo denuncia e interpreta los universales de manera que concuerden con la interpretación existencial. Por otro lado, la importancia de la forma atributiva de las proposiciones le impidió realizar una lógica de relaciones. Así mismo, al plantear que el predicado está contenido en el sujeto, es interpretar la proposición en *comprensión* y no en *extensión.*

7.2. Lengua Característica Universal.

Con la *Lengua Característica Universal*, Leibniz presenta una innovación capital en la lógica, lo que hace un corte decisivo que separa la lógica clásica (que nace con Aristóteles y se prolonga hasta el siglo XIX) de la lógica simbólica moderna.

Se sabe que la primera etapa en la constitución de una lógica formal fue realizada por Aristóteles, cuando reemplaza los términos concretos por variables simbólicas. Sin embargo, tanto en él como en los estoicos, medievales y modernos clásicos la lógica se expresaba en *lengua natural* (el griego, el latín, el francés, …), que era una *lengua hablada* y si había una escritura de esta lengua es solo un medio de conservar y de transmitir la palabra[78]. Para los antiguos, así como la palabra pronunciada reenvía a la idea, así mismo la palabra escrita reenvía a la palabra hablada, intermediario necesario para llegar a la idea.

Sin embargo, es necesario pasar de una escritura *fonética* a una escritura *ideográfica* que exprese directamente la *idea* sin pasar por la palabra, por ejemplo si está escrito *A = B,* se pronuncia *A es igual a B.* En este paso se

[78] Sabemos que la palabra es primero, es natural del hombre, mientras que la escritura es una adquisición tardía en la historia de la humanidad y que estuvo durante mucho tiempo subordinada a la palabra.

cambia una intemporalidad (primer caso) por un presente (segundo caso), igualmente se expresa la transformación de una formula de relación, de una de *atribución* (primer caso: nominal), a una *acción* (segundo caso: verbal). En estos casos, es la forma *escrita* que es la auténtica y la oral no es sino una aproximación del texto escrito. Este mismo proceder, se encuentra cuando la lengua de la lógica se vuelve una *lógica simbólica*, es decir una *característica* (en latín significa *signo*). Este cambio en la naturaleza del lenguaje, trae muchas consecuencias: se substituye la *escritura fonética* en una escritura totalmente *ideográfica*, en contacto directo con las ideas que se van a expresar; las *gramáticas* se substituyen por un sistema de *sintaxis*; la temporalidad de la expresión oral se substituye por la intemporalidad de lo escrito. Consecuencias que conceden la potestad a la escritura y reúnen las condiciones esenciales para realizar un cálculo científico.

Así, una *lengua característica universal* es un sistema de signos regido por una sintaxis o reglas de composición, pero que es independiente de la lengua, órgano fonético, lo que le concede el calificativo de *característica.* Es *universal*, porque se opone a la particularidad y multiplicidad de lenguas, lo que, para Leibniz, impide a la diversidad de pueblos, el entenderse. Es decir que, dicha lengua es un sistema de símbolos gráficos que podría ser como el *alfabeto de los pensamientos humanos*, por el cual nuestros pensamientos más complejos se pueden escribir totalmente de manera racional. En consecuencia, la marca de esta lengua va a ser la de una *lengua artificial;* Leibniz hablaba de una *lengua filosófica*, es decir una *característica real*, que está en relación directa con las cosas sin pasar por las palabras y una *característica lógica*, cuya sintaxis no tenga las contingencias de las gramáticas de los lenguajes, es decir que sea un verdadero instrumento de la razón (Blanché/Dubucs 1996 204).

Leibniz emprende la tarea de constituir esta lengua característica, cuyo punto de partida es el de realizar: a- un inventario de ideas simples, que proporcione un *alfabeto de pensamientos humanos;* b- expresar las ideas compuestas por combinaciones de los símbolos de sus elementos. Esta tarea presupone una *enciclopedia de conocimientos humanos* realizada en dos vías diferentes:

- El inspirado del modelo matemático, en el que establece una analogía entre el descomponer una idea compleja en sus elementos y el descomponer los números en factores primeros. Concibe un simbolismo aritmético, donde las ideas simples se representan por los números primeros que son los de sus elementos.

- El inspirado por el análisis de lenguas naturales para racionalizarlas, enfocado a constituir una gramática racional para una reflexión crítica sobre las lenguas naturales, donde suprime la diferencia de géneros, la concordancia del adjetivo, la pluralidad de las declinaciones y las conjugaciones. Los verbos pueden reducirse al verbo *ser* y a los adjetivos, los substantivos a los adjetivos; los adverbios son adjetivos de los verbos.

En cuanto a la selección de caracteres, va a referirse a los jeroglíficos, a la escritura china, a los símbolos de los químicos, pero con condiciones estrictas. Caracteres que deben ser manejables, es decir concisos, que permitan composiciones complejas, que correspondan a las ideas que expresan, es decir ser simples para las ideas simples y susceptibles de marcar la composición de las ideas complejas, que sean naturales es decir que tengan una cierta analogía con las nociones abstractas que ellas sugieren[79].

Es así que, la necesidad de definir un simbolismo adecuado para expresar las ideas simples, se hace a partir de una técnica manual y concreta de escritura, cuyo último objetivo es revolucionar la filosofía. Lo que lo lleva a plantear la *metáfora del pensamiento como característica universal* que procede del campo de las ideas (y de las verdades matemáticas), en donde una buena anotación es importante. El *Algebra* es el gran ejemplo, por su sistema de signos bien escogidos y precisos, lo que es útil para el pensamiento deductivo y mas generalmente para el desarrollo de las matemáticas[80]. Esta importancia dada a la técnica de la simbología y su escritura está ligada a su forma de utilización.

Anotaciones epistemológicas

La invención de una buena característica es importante por las ventajas prácticas y su aporte teórico. Sirve, por ejemplo, como medio a una algebra general o lógica que podrán solucionar sus faltas de certeza por medio de un cálculo.

Sin embargo, su éxito supone una enumeración exacta de las ideas primeras, que serian conceptos formales y reguladores. Así, el problema mismo de la característica universal se parte en dos problemas: la de una lengua característica y universal, que es un lenguaje artificial; y la de una lógica simbólica que

[79] Leibniz atribuye a la selección que hizo de su simbolismo, a una parte de su descubrimiento del cálculo infinitesimal.

[80] Al contrario si la geometría es menos avanzada (al menos en la época de Leibniz), es porque no tiene caracteres propios para representar las figuras y las construcciones geométricas y la única forma para tratarla analíticamente es aplicándole el número y la medida porque los números son los solos signos aplicables para fines geométricos.

sería constituida sobre el modelo del algebra, lo que sería una característica ampliada pero no universal porque se limita a las disciplinas lógico-matemáticas.

El lógico y matemático alemán Frege retoma la idea de una *característica universal* y desarrolla un lenguaje lógico formal que llama *Ideografía* (*Begriffschrift*), y el desarrollo de Leibniz era una primera etapa hacia un *cálculo lógico universal* que pudiera ser válido tanto para la física, las matemáticas o la filosofía. De manera que el sueño leibniziano encuentra una salida con los trabajos de Frege.

Igualmente, el teorema de incompletitud de Gödel demuestra en 1931 que, es imposible formular una lengua formal única que permita expresar todas las verdades y demostraciones requeridas en el dominio de la lógica y la matemática, la establece solamente en el dominio de la Geometría. Kurt Gödel mantuvo relaciones estrechas con la obra de Leibniz, la interpreta de manera *moderna* sobre el rol de la lógica en general, las relaciones de las matemáticas y de la lógica y del lugar que debe ser reconocido de la matemática misma. Así mismo que, la demostración, la formalización y la mecanización del razonamiento matemático y el problema de la decisión (Bouveresse *Mathématiques et logique chez Leibniz / Mathematics and logic in Leibniz. Revue d'Histoire des Sciences. Año 2001 Vol. 54 No. 2 pp. 223-246*).

7.3. Calculus Ratiocinator o Cálculo Lógico

A partir de su *Lengua Caracter*ística *Universal*, Leibniz concibe las reglas de composición y deducción de los conceptos como reglas matemáticas invistiéndolas de su universalidad y su rigor, de manera que, el núcleo de su proyecto se convierte en un cálculo lógico o en latín *calculus ratiocinator*. Así, la composición de ideas complejas a partir de ideas simples y la deducción de las *verdades* se vuelve *cálculo.* Leibniz escribe a *Tschirnhaus*[81]: "un cálculo no es otra cosa que una operación por medio de caracteres, que tiene su lugar no solamente cuando se trata de cantidades, pero inclusive en cualquier otro razonamiento" [82]. Para lo cual, es necesario los *argumentos*

---

81 *Ehrenfried Walther von Tschirnhaus* (1651-1708) fue matemático, físico, médico y filósofo alemán. Estudio matemáticas, filosofía y medicina en la Universidad de Leiden. Durante sus viajes conoció a *Spinoza y Hugens* en los Países Bajos, a *Newton* en Inglaterra y a Leibniz en París, con quien mantuvo correspondencia el resto de su vida. Fue miembro de la *Academie Royale des Sciences de Paris*.

82 Gerhart, *Math. Schr.,* IV, p. 462; citado por Scholz, *Esquisse,* p. 133.

de forma, en donde caben no solamente el silogismo [83] sino cualquier razonamiento que concluya inexorablemente de la *forma*, entonces un cálculo de algebra o un análisis infinitesimal son argumentos de forma, porque la forma de razonar ha sido predeterminada, de manera que nos impide cualquier equivocación.

En efecto, en la medida que Leibniz perfeccionaba sus conocimientos matemáticos, su *Característica Universal* se fue convirtiendo en metáforas matematizadas, de manera que su *Cálculo Lógico* debía ser análogo a los cálculos aritméticos o algebraicos. A su vez, su método de disertación filosófica, debería tener la verdad y la exactitud de las matemáticas: "no sería necesario entre dos filósofos discusiones más largas que las que tienen dos matemáticos, porque solo sería suficiente que ellos tomen su pluma, que se sienten en su mesa de trabajo (llamando, si lo desean a un amigo) y que se digan el uno al otro: c*alculemos*" *(Couturat* 1961 98 nota 3).

Igualmente, Leibniz da gran importancia a los esquemas geométricos para ilustrar las especulaciones abstractas porque le proveen un apoyo y una guía a la imaginación. Sin embargo, el valor de la demostración no depende de la figura, ésta sirve para enfocar la demostración por *analogía* en su construcción de las relaciones inteligibles y sus encadenamientos. Se ve igualmente que, con la *Lengua característica*, Leibniz lleva la Lógica a la Aritmética y el cálculo la lleva a la Geometría, por medio del esquematismo lineal, donde las deducciones se traducen por construcciones. (Couturat 1961 114-115).

Es por esto que, un razonamiento verdaderamente formal, lleva a un verdadero cálculo (*ratiotinator)* que se hace sobre una *pura característica,* sobre un sistema de signos presentados a nuestros ojos y cuyas trasformaciones están sujetas a reglas que aseguran la legitimidad de una operación, reglas formuladas por la *lógica.*

Anotaciones Epistemológicas

La lógica que desarrolla Leibniz es sin duda una de las más importantes después de la invención de la silogística aristotélica. Leibniz es visto como el precursor de la lógica simbólica moderna. Con el *Calculus Ratiotinator*, es visto como un precursor de la lógica matemática. Inclusive si las dos lógicas son diferentes, están íntimamente ligadas, él no lleva la lógica a crear un sistema totalmente formalizado, liberado de cualquier significado

[83] Aunque la *lógica tradicional o clásica* es parcialmente formal.

concreto, porque el cálculo para él es un tipo de hilo de Ariana en donde el formalismo no es concebido sino como un medio, que nos permite conducirnos con seguridad en el laberinto de los razonamientos.

Leibniz nos presenta los elementos conceptuales de una máquina de cálculo como metáfora del espíritu (Couturat 1901: La lógica de Leibniz), que consiste en interpretar el pensamiento como un fenómeno matemático[84]. Así, desde su Arte Combinatorio, él busca el Alfabeto general del pensamiento humano, basado en signos o símbolos que permiten componer un conjunto limitado de todas las ideas simples que servirían a la recomposición de las ideas complejas. La relación entre los signos de su característica y los objetos del mundo material o del mundo inteligible es una analogía o proporción matemática (según los griegos) que constituyen las proposiciones que son verdaderas o falsas si corresponden o no a las relaciones de las cosas que están significando.

Con estos planteamientos, Leibniz es, sin duda, el primero en percibir la magnitud de un *proyecto filosófico* que consiste en remplazar el espíritu humano por una *máquina de cálculo*, por medio de su lógica, que efectivamente se reencarna dos siglos después, en el funcionamiento de los computadores, aunque Leibniz no pudo llegar hasta allí porque no encontró un simbolismo adecuado para su lenguaje del pensamiento.

8. LA RENOVACIÓN DE LA LÓGICA

La renovación de la lógica como ciencia formalizada y matematizada fue realizada por *George Boole*, *de Morgan* y *Peirce*, que contribuyeron con sus investigaciones, en parte, a la realización del proyecto leibniziano.

8.1. BOOLE Y SUS PLANTEAMIENTOS

A mitad del siglo XIX surge la lógica de inspiración matemática, realizada por el matemático George Boole (1815-1864)[85], inclusive si se

84 Los griegos consideraban que las matemáticas elevaban el espíritu hacia la verdad, en Descartes las matemáticas son un método para guiar el espíritu, pero en los dos casos el pensamiento no es propiamente matemático, es entonces Leibniz que da el paso hacia las matemáticas.

85 *George Boole* (1815-1864). Es un lógico, matemático y filósofo británico. Creador de la *Lógica moderna*, fundada sobre una estructura algebraica y semántica (el álgebra de Boole). Trabaja en otros dominios de matemáticas como ecuaciones diferenciales,

presentan varios estudios al respecto, él es considerado como su realizador. En sus dos obras principales, *The mathematical analysis of logic, being an essay towards a calculus of deductive reasoning* (1847) y *An investigation of the laws of thought on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities* (1854)[86], presenta un sistema que aporta soluciones a problemas lógicos que no habían podido ser solucionados por la lógica tradicional, lo que marca la ruptura entre esta lógica antigua y una nueva concepción de la lógica. El afirma que la lógica no tiene nada que ver con la filosofía en el estudio de la existencia real o con la metafísica; por el contrario, está ligada a las matemáticas, porque la lógica se basa en verdades matemáticas, como la geometría, en donde sus teoremas son construidos según la teoría general del simbolismo que constituye el fundamento de lo que se reconoce como el *análisis*.

El cambio de orientación tiene una influencia decisiva en la renovación de la lógica, de la mitad del siglo XIX. Boole define un principio de importancia fundamental: al estudiar las leyes que rigen el algebra ordinaria donde ve que se refieren a un *dominio particular*, él concluye que el algebra puede referirse a un *dominio más general*, de manera que sus cálculos pueden aplicarse, dejando de lado ciertas de sus leyes particulares, a otras entidades diferentes a los números, orientándose hacia una concepción más abstracta del cálculo algebraico. Además, precisa que la validez de los procesos del análisis algebraico no depende de la interpretación de los símbolos que se emplean, sino de las leyes que rigen su combinación. De esta manera, el sistema de interpretación, en este análisis, no afecta la verdad de las relaciones supuestas, por lo cual un mismo proceso puede dar solución a un problema relativo a las propiedades de los números, según una interpretación, según otra a un problema geométrico y según una tercera, a un problema de dinámica u óptica.

Y es sobre este principio general que Boole se propone establecer el *cálculo lógico*. Las leyes generales del algebra, se presentan como las *Leyes del Pensamiento* porque, para Boole, no es propio de las matemáticas ocuparse de las ideas de número y cantidad, sino del *espíritu*. Así, Boole busca construir las matemáticas del espíritu humano y su aporte más importante está en la presentación de un *Algebra de la Lógica o Algebra Booleana.*

---

probabilidades y análisis. Obtiene la medalla de la *Royal Society* y obtiene un puesto en el *Queens College* de Cork en 1849. El álgebra que crea (1844-1854) es binaria (acepta valores 0 y 1), tendrá numerosas aplicaciones en telefonía e informática que toma relevancia, gracias a investigadores como *Claude Shannon,* un siglo después.

86 *The Mathematical Analysis of Logic* ha sido reeditado en Oxford, Basil Blackwell, 1948 y *Laws of thought* en Chicago, Open Court Publ. Co., 1940. Citado por Blanché/Dubucs 1996 269.

Anotaciones epistemológicas

Al mirar el sistema de Boole desde el interior, que es el de la constitución del espíritu humano, fundado en hechos de otro orden diferentes a las formas que se ven en el exterior, un lógico contemporáneo pensaría que es una manifestación de un psicologismo, cuyo rechazo aparecería como la condición primera para la constitución de una lógica científica, análoga a la matemática por su objeto y métodos. Pero esta interpretación de la obra de Boole, no contamina el rigor científico de su cálculo, porque las leyes que él presenta no son las leyes naturales que rigen tanto el mundo exterior como el mental, son enunciados intemporales y extra-mundanos, como lo son las proposiciones matemáticas; presenta, entonces, el pensamiento en tanto que entidad objetiva. Lo nuevo en Boole es que adviene a la lógica por una construcción formal realizando luego varias interpretaciones.

8.1.1. El Algebra de la Lógica

Para permitir un tratamiento algebraico del pensamiento tal como se expresa en el lenguaje ordinario, Boole busca, partiendo del razonamiento algebraico que opera sobre signos: clasificar estos signos según su función, y encontrar el análogo de estas funciones en las formas del lenguaje ordinario, de manera que se pueda traducir éstas en signos análogos a los signos algebraicos para realizar un cálculo. Para su establecimiento, Boole utiliza un sistema de signos compuesto de los elementos siguientes:

- Símbolos literarios, como: *x, y, z* que representan las cosas que son objeto de nuestras concepciones. Entran los nombres propios o comunes, los adjetivos, las expresiones descriptivas. Pueden ser tomados para representar clases.
- Signos numéricos, 0 y 1 que son los valores que pueden tomar las clases, en donde 1 es la clase universal y 0 es la clase nula o vacía.
- Signos de operación, como +, -, *x*, que representan las operaciones del espíritu por las cuales las concepciones de las cosas son combinadas o resueltas, para formar concepciones nuevas que envuelven los mismos elementos. Entran palabras como *y, o, excepto,* que representan las operaciones mentales para las cuales se combinan las partes en un todo o se separa un todo en sus partes.
- El signo de identidad, =, donde entran todos los verbos, que pueden ser reducidos al verbo *ser*, tomado en el presente del indicativo. Representa la cópula, como relaciones entre clases, simples o compuestas, formando así las proposiciones.

Se pueden ver analogías entre las leyes de la sintaxis algebraica y aquellas de la sintaxis lógica, por ejemplo:

Sintaxis algebraica **Sintaxis lógica**

$xy = yx$	*Vacas blancas = blancas vacas*
$x + y = y + x$	*Vacas y ovejas = ovejas y vacas*
$z(x + y) = zx + zy$	*Los colombianos (hombres y mujeres) =los colombianos hombres y los colombianos mujeres*
$z(x - y) = zx - zy$	*Los colombianos (hombres pero no las mujeres) = colombianos hombres, pero no los colombianos mujeres*
$(x = y + z) = (x - z = y)$	*Los astros son el sol y los planetas = los astros, excepto los planetas son el sol*

Tabla 1: *Analogías entre las leyes de la sintaxis algebraica y de la sintaxis lógica*

Hay un punto esencial donde la analogía entre el pensamiento y el cálculo algebraico no se encuentran, así en el pensamiento lógico es válida la *ley* $x^n = x$, porque la clase de colombianos, por ejemplo, combinada con la clase de colombianos da solamente la clase de colombianos. No sucede lo mismo en algebra, porque al elevar una clase (x) a una potencia, da otra cosa que el término inicial, en caso general; sin embargo, hay dos casos donde la ley general cesa de ser válida, y se cumple el $x^n = x$, cuando se trata de las raíces *0 y 1,* donde $0^2 = 0$ *y* $1^2 = 1$, lo que se llama la ley de la *idempotencia.*

De manera que, la lógica puede ser asimilada a una especie particular de algebra, en la cual los símbolos numéricos no serían susceptibles de recibir otros valores que los valores 0 y 1. Se concibe un álgebra que solamente puede admitir indiferentemente los valores 0 y 1 para los símbolos *x, y, z, etc.* En consecuencia, las leyes, los axiomas y las operaciones de tal álgebra serán idénticas, en toda su extensión con las de un algebra de la lógica.

Boole tiene el problema de: a- establecer las leyes de un algebra especial, que no admite sino los valores 0 y 1; y b- encontrar para estos valores 0 y 1 una interpretación lógica aceptable, la cual pueda establecer esta algebra especial como un álgebra de la lógica.

8.1.2 Leyes del Algebra Booleana.

En primera instancia, Boole presenta las leyes de conmutatividad ($xyz=zyx$) y de distribución ($z(x+y)=zx+zy$) para la *suma* y el *producto,* como se hace en el algebra ordinaria, pero se distingue por la ley de la *idempotencia.* Igualmente, en la manipulación de las ecuaciones, se tienen dos operaciones, al principio, la *expansión* de las funciones *x, y, z*, … por la cual se desarrollan una serie de combinaciones posibles de constituyentes, y luego para terminar, la *eliminación* de lo que se pueden llamar los *términos medios,* al hacer la analogía con el caso de la silogística que, para llegar a la conclusión es necesario eliminar el término medio.

8.1.3 Interpretaciones del Algebra Booleana.

El Algebra *booleana* tiene interés para un lógico, por su interpretación en términos de lógica. Así, para los tipos de símbolos reconocidos (Ver: 8.1.1), la interpretación lógica es directamente sugerida por la analogía presentada por Boole entre símbolos algebraicos y las palabras del lenguaje:

- Los símbolos literales (*x, y, z*) representan los conceptos que, interpretados en extensión, corresponden a las clases
- Los símbolos de las dos operaciones fundamentales, adición (+) y multiplicación (x), convienen para la suma lógica (reunión de dos clases) y para el producto (intersección de dos clases)
- El símbolo de la igualdad (=) significa que las dos clases tienen la misma extensión que se incluyen mutualmente
- Para los símbolos 0 y 1, 1 simboliza la clase universal que comprende la totalidad de los seres, el *todo. El 0* la clase vacía, *nada* y simboliza también la no-existencia.

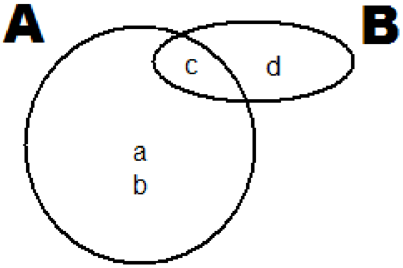
Estas nociones nuevas de *clase universal* y de *clase vacía* ayudan a construir un algebra de clases, así:

- El símbolo de la clase universal permite, conjuntamente con aquel de la sustracción, asegurar la función de la negación, que no tiene correspondencia exacta en el algebra ordinaria. Si *x* designa la *clase de los seres vivos*, la expresión $1 - x$ designa la clase universal a excepción de los seres vivos, es decir la clase de los *seres inanimados* (*no x*) complementaria de la de los *seres vivos.*
- El símbolo de la clase vacía (*-x*) permite enunciar las proposiciones que toquen los cálculos de ecuaciones cuya clase vacía es el segundo miembro de la expresión: (*1-x*) . De manera que, el principio de contradicción se escribirá, utilizando a la vez los dos símbolos 1 y 0: $x\ (1-x) = 0;$ principio que para Boole, es una consecuencia directa de su "ley de dualidad"[87], ley fundamental del pensamiento, en donde si

[87] La *ley de la dualidad* consiste en que cada axioma y postulado posee un *equivalente dual*, donde los elementos 0 son reemplazados por los 1, los 1 por los 0, los (·) por los

$x^2 = x$, porque se puede substituir siempre, x^2 por x, de lo que resultaría $x - x = 0$, *y* por consecuencia $x\ (1\text{-}x) = 0$.

Se puede, aparentemente, interpretar el algebra binaria de Boole como una forma nueva, del cálculo de clases, es decir que este cálculo abstracto es susceptible de recibir una interpretación concreta en el lenguaje de clases, en el cual una proposición se transforma en ecuación algebraica. Los operadores tienen las mismas propiedades formales, aunque puedan recibir interpretaciones diferentes, se puede hacer corresponder la suma lógica a la disyunción exclusiva. Por ejemplo, se suponen, dos clases: la una A, que comprende tres elementos a, b, c; y la otra B, que comprende dos elementos c y d. Cuando se quieren adicionar el número de elementos de las dos clases, se puede utilizar la adición aritmética: 3+2=5. Si se quiere que la suma lógica de las clases sea 5, es indispensable admitir una sola disyunción exclusiva y clases mutualmente exclusivas, excluyendo el caso siguiente:



(+) y viceversa. Igualmente, todo teorema del algebra de Boole tiene su equivalente dual. Este se formula a partir del teorema de base reemplazando los elementos 0 por los 1 y respectivamente, los 1 por los 0 y los (·) por los (+) y respectivamente, los (+) por los (·). Por ejemplo, al considerar el teorema siguiente:
Sea el elemento a elemento de E, entonces $a+a=a$. La prueba de este teorema es:

$a+a=1.a+1.a$	según el axioma del elemento neutro,
$a+a=a.(1+1)$	según el axioma de distribución,
$a+a=a.1$	según el postulado (5),
$a+a=a$	según el axioma del elemento neutro; CQFD

Así, se puede deducir de este teorema su dual, que se expresa así :
Sea a elemento de E, entonces $a.a=a$. Es suficiente cambiar el operador (+) por el operador (·). Asi, es posible demostrar este segundo teorema de nuevo, sin embargo el hecho de haber probado el primero es suficiente para aceptar el segundo al referirse al principio de dualidad, aplicándose a cada línea:

a.a = (0+a).(0+a)	según el axioma del elemento neutro
a.a = a+(0.0)	según el axioma de distribución
a.a = a+0	según el postulado (1)
a;a = a	según el axioma del elemento neutro ; CQFD

Lo que hace ver que no se puede asimilar puramente el algebra de Boole y el cálculo de clases.

Así mismo, la correspondencia entre éstos dos no es completa, porque el cálculo de clases no es bivalente, las clases no siempre son o universales o vacías, sino que llenan todo el espacio conceptual entre estos dos extremos de clases. Con el fin de llegar a una interpretación completa, Boole introduce en su cálculo un valor intermediario entre 0 y 1, simbolizado por *v* que representaría una clase, es un símbolo literal perteneciente al mismo alfabeto que *x, y, z*, que se interpretan como clases. Sin embargo es una clase *indeterminada* que puede tener uno o varios miembros, que realmente no existe y que se confundiría con la *clase nula*. Inclusive con esta clase, es imposible contar con una interpretación completa en el cálculo de clases.

Otra interpretación está en el cálculo proposicional, bajo su forma de *cálculo bivalente*, sin intermediario entre lo verdadero y lo falso, se adapta exactamente a los marcos de un algebra bivalente. Así, si 1 representa entonces las proposiciones siempre verdaderas, 0 aquellas que son falsas, la sustracción se vuelve negación proposicional, la multiplicación es conjunción y la suma es disyunción. La ley lógica de la *idempotencia* $(A \wedge A) \equiv A$ corresponde bien a $x^2 = x$. En efecto, debido a los dos únicos valores posibles, se tiene: $0 \times 0 = 0^2 = 0$ y $1 \times 1 = 1^2 = 1$.

Igualmente, Boole extiende la interpretación al cálculo de probabilidades y aplica su formalismo algebraico al examen crítico de las *demostraciones de Ética*.

Existe, igualmente, en el siglo XX, una interpretación booleana *mereológica* (lógica de individuos de Lesniewski[88]), donde presenta un sistema así:

1 = un sólido;
a, b, c = fragmentos de este sólido;
ā = complemento del fragmento *a* para reconstruir 1;
a x b = fragmento común a *a y b;*

88 *Stanislaw Lesniewski*, matemático polonés (1986-1939). Perteneció a la primera generación de la Escuela de Leópolis-Varsovia de Lógica, fundada por Kazimierz Twardowski. Junto con Alfred Tarski y Lukasiewicz, integró la *troika* que hizo de la Universidad de Varsovia, en el período de entreguerras, quizás el más importante centro de investigación en el mundo, para la lógica formal. Lesniewski, desarrollando la necesidad de un lenguaje formal inequívoco, inició la construcción de tres sistemas formales anidados, a los cuales les dio nombres derivados del Griego: Prototética (Cálculo de Proposiciones), Ontología (Cálculo de Nombres), y Mereología (Cálculo de Individuos). Se propone la concreción de sistemas gramáticos categoriales precisos, para la interpretación, adecuada y normativa, del lenguaje natural, con el fin de sobrepasarle sus ambigüedades.

$a + b$ = adición de fragmentos.

Anotaciones epistemológicas

Por la primera vez, con Boole, la lógica pretende ser *calculatoria* y de manera contemporánea *algorítmica.* El enfoque algebraico es adoptado con mucha astucia por Boole, pero sin embargo no le permite aprehender la *especificidad de la lógica*, en su carácter inferencial porque se queda en lo ecuacional; es entonces un *álgebra* (*la de Boole*), que caracteriza una estructura algebraica fundamental utilizada particularmente en *Informática.*

Es así que, el álgebra de Boole, en su objetivo de ser "calculatoria", no llega a ser un cálculo verdaderamente abstracto, como un formalismo puro despejado de cualquier interpretación material, porque no pudo liberar el álgebra de sus relaciones con el cálculo numérico. Se puede pensar esta álgebra como una forma de cálculo numérico, que fue concebida especialmente para prestarse a una interpretación lógica, pero donde subsisten las marcas de la interpretación numérica inicial: los símbolos numéricos (0, 1) son símbolos cuantitativos.

En cuanto a las operaciones de su cálculo son las mismas del cálculo numérico salvo para elevar potencias (*idempotencia)*. Sin embargo, la imposibilidad de dar una traducción completa de las operaciones de este cálculo en el lenguaje de la lógica muestra lo que hay de inadecuado para un cálculo que se da como un algebra de la lógica, pero que queda sujeta a un álgebra numérica. Además, por el carácter puramente matemático de sus métodos, las operaciones admiten muy poco la interpretación lógica, aunque estos métodos le dan una forma general debido a que utiliza las reglas y operaciones matemáticas que valen para un algebra 0-1 (Blanché/Dubucs 1996 277-279).

Después de Boole, el álgebra de la lógica, se desarrollará con *W. S. Jevons*[89] aunque modifica su aspecto, subordinando la matemática a la lógica y no la lógica a la matemática, porque rechaza para

[89] *William Stanley Jevons* (1835-1882) es un economista y lógico británico, considerado cofundador de la escuela neoclásica y de la *revolución marginalista*, con Leon Walras y Carl Menge. Jevons trabaja sobre la lógica en paralelo con sus investigaciones en economía. En 1863, publica una obra titulada *Pure Logic or the Logic of Quality apart from Quantity*, basada en la *lógica de Boole*. En los años que siguen, construye una máquina lógica, llamada *Logic Piano*, *en 1869*. Esta máquina permitía llegar mecanicamente a las conclusiones inducidas por premisas. Esta máquina resulta del « principio grande y universal de todo razonamiento» que expone en 1869 en: *The Substitution of Similars*.

la lógica un tratamiento algebraico: la lógica no tiene por qué subordinarse al *número* ya que éste presupone de por sí un sistema lógico, además las operaciones fundamentales de la aritmética no se pueden pasar directamente a la lógica. Ya vimos que, a la adición numérica, Boole le hace corresponder el *o,* que marca la disyunción lógica pero la adición numérica no puede aplicarse sino sobre términos mutualmente exclusivos (si se adicionan 7 ingenieros y 5 músicos, son 12 si ninguno de ellos es a la vez ingeniero y músico), esta condición restrictiva no se tiene en cuenta en lógica y es la que separa la lógica de las matemáticas, para *W. S. Jevons*.

Esta divergencia con Boole marca las dos corrientes, que se proponen renovar la lógica, según su asociación con la matemática, desarrollándose la lógica matemática sobre la vía de *Jevons* que subordina la matemática a la lógica, cuyo punto de partida está en Aristóteles, donde se quiere remontar las relaciones matemáticas para llegar a una relación más fundamental, que se expresa de manera diversa en lógica o la corriente de Boole que al contrario, subordina la lógica a la matemática.

Igualmente *John Venn*[90] (1834-1923) sostiene la interpretación exclusiva de la lógica porque la no-exclusividad rompe la armonía del simbolismo lógico con el simbolismo matemático, cuando se dice: 1+1=1, por ejemplo, además de que se pierde el tratamiento de las operaciones inversas, no se puede ni sustraer ni dividir, lo que para Venn es la objeción mayor. El presenta una ilustración del algebra lógica por medio de diagramas que había sido practicado por Leibniz, luego por Euler, pero Venn la realiza de manera original.

Al final del siglo XIX, una síntesis importante del algebra de la lógica es dada por *Schröder*[91], en su obra *Las lecciones sobre el*

La idea es similar a lo que pasa en las ecuaciones del álgebra: hacer substituciones de un enunciado por otro enunciado que tenga las mismas propiedades.

90 *John Venn* (1834-1923), fue un matemático y lógico británico miembro de la *Royal Society* de Londres. Conocido por su método de representación gráfica de proposiciones (según su cualidad y cantidad) y silogismos conocido como los *diagramas de Venn* que permiten una comprobación de la verdad o falsedad de un silogismo. Posteriormente fueron utilizados para mostrar visualmente las operaciones más elementales de la *teoría de conjuntos*.

91 *Ernst Schröder* (1841-1902) es un matemático alemán, su trabajo trata de la lógica y del algebra del Boole ; personaje mayor de la historia de la *lógica* matemática, porque hizo una síntesis de las obras de Boole, de Morgan, Hugh MacColl y de Pierce. Conocido por su obra monumental *Vorlesungen über die Algebra der Logik* (*Lecciones sobre el*

algebra de la lógica divide en tres grupos el estudio: el cálculo de clases, el cálculo de proposiciones y el cálculo de relaciones. Sin embargo, su cálculo de clases no lo presenta bajo una forma enteramente simbólica.

Así mismo, el *Treatise on universal algebra* de *Whitehead*[92] que procede de un espíritu filosófico, se interesa a los fundamentos de un cálculo algebraico en general, presenta sus principios, que son las leyes generales de la adición y de la multiplicación. La adición como operación unívoca, conmutativa y asociativa; la multiplicación es distributiva con respecto a la adición. Estas leyes rigen toda álgebra, pero esta álgebra universal se divide en varias álgebras especiales con sus leyes particulares que marcan esa especificidad. Estas álgebras se dividen en dos grupos: el primero no-numérica, no contiene sino una especie, que es el algebra de la lógica; el segundo, el de las algebras numéricas que tiene varias álgebras especiales, porque al lado de lo que se llama el álgebra, se puede estructurar disciplinas más recientes como el cálculo de los cuatrienios de Hamilton y el cálculo de Grassmann.

El álgebra de la lógica, no numérica, se distingue de las álgebras numéricas por una ley especial de la adición, $a+a=a$, y una ley especial de la multiplicación, $a.a=a$. Admite también interpretación en el dominio usual de las matemáticas, allí donde ella no es numérica, donde se dan esquemas geométricos, topológicos, para ilustrar las teorías lógicas. Sin embargo, la ley de la conmutatividad, no está en el conjunto de las algebras numéricas.

De su lado, el álgebra numérica puede recibir tres interpretaciones: para las clases, las proposiciones y para los dominios en el espacio.

La pluralidad de interpretaciones posibles del algebra no numérica, ilustra la idea de Boole y que tiene Whitehead, es lo que se llama

Algebra de la Lógica), en tres volúmenes que ayudó al desarrollo de la lógica matemática, en tanto que disciplina autónoma en el curso del siglo XX.

92 *Alfred North Whitehead* (1861–1947) matemático, lógico y filósofo inglés, conocido por su trabajo en lógica matemática y en filosofía de la ciencia. En colaboración con *Bertrand Russell,* es co-autor de los *Principia Mathematica*, en tres volúmenes (1910, 1912, 1913). Perteneciente al *logicismo,* por el cual las matemáticas son reducidas a la lógica, en dos tesis importantes: el primero es que todas las verdades matemáticas pueden ser traducidas a las verdades de la lógica o, que el vocabulario de las matemáticas constituye un subconjunto del vocabulario de la lógica. El Segundo es que todas las pruebas matemáticas pueden ser tratadas como pruebas lógicas, en otras palabras, que los teoremas de las matemáticas constituyen un subconjunto de los teoremas de la lógica.

el *algebra de la lógica* que no es propiamente la lógica, sino un cálculo más general y abstracto susceptible de varias aplicaciones, en donde las clases y las proposiciones caen en el dominio de la lógica. Se puede decir que el álgebra de la lógica tiene un carácter ambiguo y se puede mirar como matemática o como lógica. El matemático se pregunta sobre el valor de esta álgebra en tanto que cálculo y sobre los servicios que proporciona para resolver un problema. El lógico se interesa por las diferentes etapas lógicas en las cuales tal álgebra presenta la inferencia o el análisis del razonamiento en sus pasos elementales o lo que se espera de la inferencia. Así, lo que hace el mérito para el matemático como la minucia de sus cálculos, sería un defecto para el lógico.

La lógica matemática del siglo XX no se identifica con la lógica matemática de Boole, lo que tienen en común es la ampliación del campo de la lógica tradicional, porque la retoman desde la base y la reconstruyen según el espíritu matemático. Boole da el impulso hacia la matemática, pero en el caso de la lógica contemporánea es Frege que aporta los conceptos fundamentales del edificio lógico matemático contemporáneo. Estas dos lógicas, no consisten en aplicar a la lógica un tratamiento cuantitativo, es al contrario, despejar la estructura matemática de este tratamiento cuantitativo. Descartes había presentado la idea de una matemática universal, Leibniz había comenzado a realizarla, y luego el desarrollo de estos sueños se encuentra en la conciencia de los matemáticos, en la época contemporánea.

8.2. De Morgan, Pierce y los principios de la lógica de relaciones

8.2.1. De Morgan

Auguste De Morgan[93], presenta una obra muy variada y dispersa, diferente a la de Boole que es unificada y muy sistemática. En su *Lógica Formal (1847)*, formula las leyes de la dualidad de Morgan entre conjunción y disyunción y redescubre una dualidad entre la suma y el producto. En virtud del isomorfismo entre el cálculo de clases y el cálculo de proposiciones, estas leyes serían transformables del primero al segundo y son válidas para las relaciones entre disyunción y conjunción. De esta

93 *Auguste De Morgan* (1806-1871) matemático y lógico inglés, nacido en la India. Es el fundador con Boole de la Lógica moderna, conocido por la formulación de las *Leyes de De Morgan* y de establecer un concepto riguroso del procedimiento de inducción matemática.

manera: la negación de la conjunción de dos proposiciones es equivalente a la disyunción de las negaciones de dos proposiciones, lo que significa: « no *(A∧B) » es idéntica a* « (no *A)* ∨*(no B) ».* Así mismo, la negación de la disyunción de dos proposiciones es equivalente a la conjunción de las negaciones de dos proposiciones, lo que significa que « *no (A V B) » es idéntica a «(no A)* Λ *(no B)*».

Sin embargo, el lugar en la lógica lo obtuvo por el impulso que dio a la lógica moderna de relaciones, reconocido como su precursor, si bien ha habido algunos autores antiguos como: Galien, Leibniz o Lambert , quienes trabajaron en esta vía. Su punto de partida es la debilidad de la lógica aristotélica que de una proposición como *Un caballo es un animal,* no permite inferir proposiciones como *la cabeza de un caballo es la cabeza de un animal;* así mismo, es la reflexión sobre la naturaleza de la cópula que orienta su pensamiento hacia el análisis de las proposiciones de relación; porque es artificial llevar de fuerza toda cópula a la sola cópula *es*, y de poner en el predicado la relación marcada por lo que sigue de esta palabra *es* , en expresiones como *es igual a, es más grande que, es causa de, es el padre de.* Esta lógica de relaciones es capaz de dar cuenta de inferencias no-silogísticas tan simples y corrientes como: *Si Carlos es el padre de Juan, entonces Juan es el hijo de Carlos.* En donde, a partir de la relación *ser padre*, De Morgan define su *conversa: ser hijo de* y precisa las propiedades de las relaciones: simetría (ser tan grande que), asimetría (ser más grande que), reflexibilidad (ser igual a), transitividad (ser más pequeño que).

Introduce también las inferencias sobre las relaciones, por ejemplo, de: *x ama y,* y *y es la hija de z ,* se puede concluir que *x ama la hija de z*. De esta manera, por primera vez en la historia del conocimiento, son simbolizadas las nociones de relación y de relación de relación, el cálculo de relación constituye la gran innovación de la lógica contemporánea y asegura su fecundidad posterior con *C.S. Peirce*.

8.2.2 Charles Sanders Peirce

Peirce[94] contribuyó de manera variada y numerosa a la *lógica simbólica;* igualmente su concepción de la lógica se basa en la *teoría de la creencia*, definiéndola como *la ciencia de las leyes que permiten instaurar de manera estable las creencias*. Esta lógica plantea las condiciones que rigen el

94 *Charles Sanders Peirce* (1839-1914) es un filosofo, semiólogo, lógico americano; fundador del pragmatismo con William James y Ferdinand Saussure, que se apoya en la teoría de la creencia (Chauviré, Christiane: *L'Œil mathématique. Essai sur la philosophie mathématique de Peirce*, Paris, Kimè, 2008).

establecimiento de creencias estables soportadas en observaciones claras y en un pensamiento matemático, que para él es diagramático o icónico, evitando, así, cualquier error. (Peirce "Comment se fixe la croyance", *Revue. Philosophique*, diciembre 1878, p. 553-569). De esta manera, la lógica no sería exacta sino a condición que el pensamiento opere sobre figuras escritas, que es lo que pasa cuando se desarrolla cualquier razonamiento deductivo, un simple silogismo, por ejemplo, empieza primero con un elemento de observación y luego la deducción consiste en construir un "ícono" o un diagrama. Así, las relaciones entre las partes de este ícono presentan una analogía completa con las relaciones entre las partes del objeto de razonamiento, descubriendo las relaciones hasta las más imperceptibles.

Esta estructura icónica puede ser transformada por una estructura más abstracta como la del algebra, por ejemplo la formula: (a+b)c=ac+bc, que plantea la regla de adición y la distributiva. La estructura icónica es fundamental porque no hay pensamiento exacto mientras se razone en la abstracción con palabras, porque en matemáticas es necesario que las cosas sean *hechas.*

La relación de la matemática y la lógica se presenta como la matemática bajo la dependencia de la lógica y no a la inversa como Boole o Schröeder; sus trabajos en lógica giran hacia los elementos esenciales del algebra, analizando todas las operaciones de la razón y reduciéndolas a sus elementos últimos, así la relación de igualdad (=) es secundaria con respecto a aquella de la inclusión (≤) [95].

Con respecto a Boole, le reconoce sus méritos por el aporte de un buen instrumento para los problemas relativos a la probabilidad, pero le reprocha tres aspectos:

---

[95] Peirce va en contra de la tendencia que tienen ciertos lógicos a hipnotizarse con las ecuaciones, al punto de querer llevar la copula lógica fundamental a la igualdad matemática: como si la forma ideal de la proposición fuera aquella que presenta la igualdad del sujeto y del predicado. Una noción es lógicamente más simple que otra cuando ella la contiene sin reciprocidad, entonces toda igualdad es una inclusión, pero la inversa no es verdad, la inclusión es un concepto más amplio y entonces más simple que el de igualdad. El signo tiene el inconveniente de parecer como el resultado de composición de dos signos simples, así que Peirce lo sustituye por —< , de manera que la igualdad x=y es la conjunción de dos inclusiones x —<y, y —<x , . Por su simplicidad este signo conviene para unir a la vez el predicado al sujeto en la proposición categórica, el consecuente al antecedente en la proposición hipotética, la conclusión a la premisa en la inferencia. De manera que, el principio sobre el cual reposa la legitimidad del silogismo no es sobre la *identidad*, sino sobre el de *transitividad* de la relación por la cópula tradicional o *ilación,* para Peirce (Blanché/Dubucs 1996 297).

- el cambio de la cópula (*es*) (igualdad del sujeto y predicado) porque la lleva a la igualdad matemática.
- limitarse a términos absolutos, porque no posibilita mostrar las relaciones.
- no llegar al interior mismo de la lógica de clases porque no se puede expresar la distinción entre *todos* y *alguno* y le impide formular la proposición particular.

Con respecto a la lógica de relaciones, Peirce la presenta como una generalización de la lógica de clases. El es tomado como su precursor directo, al lado de Peano y Frege, por el planteamiento de varios aspectos de esta lógica, así:

- Indica la relación por una letra, por ejemplo para la relaciòn de Amor: A; marca el orden con un índice para dos individuos *i y j*, se escribirá A_{ij} para enunciar que *i ama j*, esta relación puede ser reflexiva: A_{ii} *si A* se ama a si mismo. Se puede expresar relaciones plurales, por ejemplo: A_{ijk} para decir que *i, j, k* se aman.
- Define los cuantificadores a partir del uso de los indicadores, porque debe determinar:

a- el cuantificador *universal* a partir de la conjunción o el producto lógico: *Todo el mundo ama a alguien,* supone un particular en la *existencia* de un individuo (*i)* amado por su *relacionado –relat (j)* y otro individuo (i_1) amado por su *relacionado –relat* (j_1)…etc.; b- el cuantificador *existencial*, a partir de la disyunción o la suma lógica: *ciertos individuos son amados por alguien.* Es decir que i_1 *o* j_1, *…son amados por alguien*, al contrario, es una combinación que supone un *universal*, en el sentido que implica la *no-existencia* del individuo en general, salvo aquel que es amado por su *relacionado-relat.*

Así, estos cuantificadores aplicados al cálculo de relaciones se pueden representar en una expresión como: *Todo el mundo ama a alguien*, significa que para alguien *i*, existe al menos un *j* que ama i y ese *j* no es necesariamente el mismo para todos los *i*.

Peirce inaugura así los cuantificadores modernos que se distinguen de los indicadores de cantidad de la lógica tradicional. Estos estaban basados en conceptos (el sujeto, o para algunos el predicado), es decir sobre funciones; mientras que los cuantificadores de los modernos se basan sobre uno o varios individuos indeterminados, *x, y, z*, argumentos de una función y hacen la distinción entre el o los cuantificadores y la formula que ellos cuantifican. Igualmente, para darle claridad a la escritura y para la comodidad posterior de los cálculos, va a colocar los cuantificadores a la cabeza de la formula en el caso de una cuantificación múltiple.

- Peirce traza las bases de un cálculo de proposiciones, agregando a la presentación axiomática un procedimiento de decisión o *tablas de verdad* (1885), que Frege va a desarrollar posteriormente y se populariza con Wittgenstein, Post y Lukasiewicz. Procedimiento que se basa en la representación de las proposiciones por medio de cantidades susceptibles de tomar dos valores, V (verdadero) y F (falso). Con un conjunto de dos proposiciones (x, y), se obtienen cuatro combinaciones posibles, así:

X	*Y*
V	V
V	F
F	V
F	F

Se encuentran 16 posibilidades de conexión entre estas dos proposiciones constituyendo formas de proposiciones binarias. Además, Peirce presenta un conector que lo llama *amphec (αμφηκῆς: que corta de los dos lados*), que es la bi-negación (*ni…ni…*) y que reemplaza a todos los otros conectores, sin el uso de la negación.

Anotaciones

Muchas de las ideas de Peirce se encuentran bajo diferentes formas en lo que se llamaría la *Logística Contemporánea,* sin embargo es sobre la *lógica de relaciones* que presenta su mejor aporte, la cual es retomada, posteriormente, por Russell y es la que se conoce por los contemporáneos.

9. LOS PRINCIPIOS DE LA LÓGICA MATEMÁTICA

La lógica contemporánea llamada la *lógica matemática*, que se constituye hacia la mitad del siglo XIX, deja la vía tradicional de la *lógica clásica* y presenta su carácter propio. Esta nueva lógica, que une las matemáticas con la lógica, tiene dos formas: la que le ha dado Boole en su *algebra de la lógica* y la concebida por Frege, que en sus inicios se llama la *logística*[96].

[96] La expresión *logística*, que evoca la relación entre el razonamiento y el cálculo, fue propuesta en el *Congreso internacional de filosofía de Ginebra* en 1904, por Itelson,

La distinción de estas formas se da por la inversión de la relación entre la lógica y las matemáticas.

- En el primer caso, se trata de constituir un órganon lógico sobre el modelo matemático, la matemática es un medio auxiliar para resolver los problemas lógicos. El algebra de la lógica se presenta en forma deductiva que presupone la validez de leyes lógicas, las cuales pueden formar parte de sus teoremas, sin embargo éstos, son leyes, no se pueden demostrar, entonces se cae en un *círculo vicioso*.
- En el segundo caso, Frege trata de utilizar la lógica en el desarrollo del discurso matemático, con el fin de presentar la matemática bajo una forma lógicamente rigurosa y clara. La lógica es la auxiliar de la matemática y esto porque el matemático se confía de la intuición que puede ser falsa.

Los fundadores de esta nueva lógica, como Frege y Russell, fueron mucho más rigurosos en la estructuración del sistema lógico y saben de la diferencia que los separa con Boole. Frege presenta la lógica como herramienta para fundamentar las matemáticas, pero introducir la lógica en la matemática necesitaba renovar la lógica existente, debido a que ésta ha llegado a una crisis, hacia finales del siglo XIX, por el surgimiento de *paradojas* en el centro de la teoría matemática de conjuntos y por la falta de credibilidad en los procesos deductivos o axiomáticos, que atacaban las bases del edificio matemático.

Si bien las *Paradojas* se presentan desde la antigüedad (megáricos, eleáticos, …), en el siglo XIX se evidencian a partir de los descubrimientos de Cantor[97] que tocan la *comparación de colecciones* (1894) y el desarrollo de la *Teoría de Conjuntos Abstractos*, cuya originalidad radica en la forma

Lalande y Couturat, designaba en una sola palabra lo que se llamaba *lógica algorítmica, lógica simbólica y lógica matemática.* No obstante, el término actualmente es ambiguo por las relaciones iniciales de una cierta filosofía de la lógica y la matemática, ligadas en su mayoría a un logicismo platónico, en donde se tenían dos vías: la *lógica de clases*, que el algebra de la lógica había estructurado según la *extensión*, sometiéndola así al cálculo y la *lógica de relaciones*, que igualmente se somete al cálculo. Tanto la matemática como la logística, con estas teorías referidas al cálculo, necesitan *leyes* que justifiquen la validez de los procesos deductivos, empezando por las que comandan las relaciones entre las proposiciones. Así, hacia 1980, Peirce, Mac Coll y Frege redescubren, de esta manera, el cálculo de proposiciones que hacía parte de la lógica estoica y en la cual también trabajaron los lógicos del Medioevo (Blanché / Dubucs 1996 307-308).

97 *Georg Ferdinand Ludwig Philip Cantor* (1845 San Petesburgo-1918 Halle) matemático alemán, creador de la *teoría de conjuntos*. Presenta la biyección entre los conjuntos, los conjuntos infinitos y los conjuntos bien ordenados; prueba que los números reales son más numerosos que los enteros naturales. El teorema de Cantor implica la existencia de una infinidad de infinitos, define los números cardinales y los ordinales y su aritmética.

cómo se interpreta la noción de *infinito.* En esta teoría trata de conjuntos de varios tipos[98], uno de los cuales es el conjunto de *infinitos no-enumerables,* sobre el cual se presentan las paradojas. Igualmente, define (Cantor 1895 481) *conjunto* como: "toda colección *M* de objetos *m* diferenciados por nuestra percepción o nuestro pensamiento (esos objetos serán llamados *elementos de M*)" (Kleene (1998 191), así:

- $m \in M$ significa que *m* pertenece a *M* o bien que *m* es un miembro de *M* o es un elemento de *M;*
- *m no* $\in M$ significa que *m* no pertenece a *M*.
- $M_1 = M_2$ significa que dos conjuntos M_1 y M_2 son idénticos si tienen los mismos elementos.
- Un conjunto finito puede ser descrito al colocar la lista de sus elementos entre paréntesis (no ordenado); un conjunto infinito se sugiere con puntos de suspensión. Por ejemplo [1, 2, 3] es un conjunto de tres elementos y [0, 1, 2, 3, …] es el conjunto de los números naturales.
- Un conjunto M_1 es un sub-conjunto de un conjunto *M* y se escribe $M \supset M_1$ si todo elemento de M_1 es elemento de *M.* Así, por ejemplo el conjunto de tres elementos [1, 2, 3] tiene ocho sub-conjuntos: [ ], [1], [2], [3], [1, 2], [1, 3], [2, 3], [1, 2, 3].

De manera que, en estos subconjuntos, el primero es el *Conjunto Vacio,* los tres siguientes son los *singletones (*un solo elemento).

- La noción de *cardinal M* es el abstracto de *M* y de otros conjuntos susceptibles de ser puestos en correspondencia 1-1 con el conjunto *M*[99]. Cantor explica que al no tener en cuenta la naturaleza de los elementos del conjunto *M*, ni su orden, se presenta la *potencia o cardinal de M*, lo que lleva a una contradicción.

La *teoría de conjuntos* de Cantor termina por imponerse, a pesar de sus resistencias, hacia 1890-1900 y llega a considerarse como la base del edificio

---

98 Cantor, G. (1895-1897), *Beitrage zur Begrundung der transfiniten,* en *Mathematische Annalen 46 (1895), 481-512; 49 (1897);* reimpreso en 1932. Traducido al francés: *Sur les fondements de la théorie des ensembles transfinis,* por F. Marotte. In Mémoires de la Société des Sciences Physiques et Naturelles de Bordeaux, reeditado por Gabay, Paris 2000. Estas publicaciones fueran las últimas contribuciones significativas de la teoría de conjuntos. El primer artículo define los conjuntos, sub-conjuntos, etc. de la manera que se conoce hasta hoy, la aritmética de cardinales y ordinales. En el segundo artículo define la teoría de conjuntos bien ordenados y la de los ordinales (Citado por M. Pradilla Rueda 2015 9).

99 De esta manera, se llega a comprender el concepto de *dos*, procediendo por abstracción de la existencia en el mundo o en el cuerpo: dos manos, dos orejas, dos piernas y lo que es *dos* en sí, no es importante.

matemático, pero es en su interior que se ven las *antinomias o paradojas*[100], es decir parejas de teoremas que son contradictorios; lo cual presenta una gravedad excepcional para las matemáticas, en su fundamentación: si una teoría tiene garantizada su validez por la *coherencia formal*, cualquier fisura en su estructura era suficiente para comprometer su totalidad. Esto muestra dificultades inherentes a la teoría lógica y matemática, es decir faltas en la formalización y rigurosidad tanto en los planteamientos como en los métodos de construcción y razonamiento de las demostraciones o métodos axiomáticos. Particularmente, la teoría de conjuntos utilizaba objetos intuitivos o no formalizados (pero aparentemente válidos) en el campo de lo finito y para tratarlos en el campo de lo infinito se servían de hacer una *extrapolarización* a este campo. Esta falta de precisión de estos objetos en el campo del infinito requería una petición de principio del concepto de *infinito*.

Así, se plantea la diferenciación del *infinito potencial* y del *infinito actual*[101], sabiendo que solo lo *finito* podía ser accesible al razonamiento y es justamente lo que se muestra con el planteamiento de Cantor sobre los números *transfinitos,* porque establecía las reglas que permitían el manejo de los conjuntos que comprendían estos números (infinitos tratados de una forma finita), es decir las reglas que permitían el control de un *infinito actual*.

De manera que, para encontrar la estabilidad de la estructura matemática, los matemáticos debían ejercer como lógicos, para resolver dos problemas que están totalmente imbricados: construir la lógica como ciencia y asegurar los fundamentos de las matemáticas, los cuales determinaron el desarrollo y la orientación de la lógica contemporánea. Por lo cual, la búsqueda de soluciones a estas problemáticas, va a ocupar varios de los desarrollos de

---

[100] Paradoja viene del griego *παρᾴδοξοσ (παρα:* contra y *δοξα:* opinión): opinión contraria a la opinión común.

[101] Cantor, define el *infinito potencial* en contraposición al *infinito actual*, nociones que eran conocidas desde la antigüedad, por los griegos. *Anaximandro* (611-547? a. C.) consideraba el Infinito como potencialidad, lo indeterminado, ilimitado, es decir lo continuo; *Platón* (427-347 a.C.), al contrario se refería al Infinito actual, describiendo la *forma, el número*, etc.; en el Medioevo, el infinito es potencial y hace referencia a Dios; y en los desarrollos contemporáneos se encuentran las dos corrientes, así:

- infinito potencial: Conjunto infinito N (naturales), no existe; Conjunto finito si existe N= {1, 2, ….} y es potencialmente infinito.
- infinito actual es exclusivamente para conjuntos operativamente cerrados:
  - números naturales (constructivismo): para cada número natural es posible señalar un sucesor por tanto no hay fin: S0=1; SS0=2. Cada uno de estos números (por grande que sea) puede señalarse en forma completa, mientras que eso no es posible para el conjunto N.
  - conjuntos que se pueden definir en base de procedimientos o algoritmos

la lógica y la matemática y se distinguen varias corrientes: el logicismo, el intuicionismo y el formalismo.

El Logicismo

Los representantes más importantes son Frege y Russell, que al pretender la construcción de la lógica como ciencia y a su vez asegurar los fundamentos de las matemáticas, es necesario primero, tratar de derivar el conjunto de nociones y verdades matemáticas a partir de nociones y verdades puramente lógicas, asegurando los fundamentos y los principios a la matemática.

Es decir, la idea de una *reductibilidad* de la matemática a un *logicismo* que, no era nueva, porque ya Leibniz pedía demostrar los axiomas, teniendo en cuenta que las verdades racionales se deben llevar a proposiciones idénticas[102]. Así, Frege quiere definir en términos puramente lógicos las nociones mismas, que a su vez, Peano tomaba como términos primeros (no definidos), en su axiomatización de la aritmética.

Sin embargo, un sistema axiomático no garantiza que sus teoremas sean verdaderos, sino que sean consecuencias necesarias de axiomas, ellos mismos presentados como hipótesis y no afirmados categóricamente, igualmente, no determina una sola interpretación limitada a sus términos, sino varias interpretaciones.

Esta concepción es llamada el *logicismo*, que tiene también, por condición una *concepción dogmática y absolutista de la lógica*. La matemática axiomatizada, plantea Russell, no utiliza sino variables pero para que sus deducciones sean correctas, es necesario que la hipótesis implique verdaderamente la tesis. Así, Russell al deducir la aritmética de la lógica, da un sentido único a sus términos primeros y entonces a todos los términos que estos ayudan a definir, lo que hace que la aritmética sea una ciencia racional y la aritmética axiomatizada sea una construcción racional. Sin embargo, la axiomatización de la lógica no puede ser igual a la de las matemáticas (como sistema hipotético-deductivo), porque no resuelve el problema de fundamentación de éstas.

A su vez, este dogmatismo lógico, conlleva a una posición filosófica platónica, en el que las verdades absolutas de la lógica y matemática, separadas del mundo sensible, se imponen a estos sistemas[103].

---

[102] Kant se opone a esta tesis y plantea la tesis de los juicios sintéticos *a priori*, donde se separa el carácter de las proposiciones matemáticas y el de la lógica (sintéticas), pero el progreso de las matemáticas en el siglo XIX no confirman esta tesis.

[103] Russell (*L'importance philosophique de la logistique*: Revue de métaphysique, 1911, 289-290) dice: *La lógica y la Matemática nos obligan a admitir una especie de realismo*

Sin embargo, inclusive si el logicismo reductor, el dogmatismo absolutista y el realismo platónico, marcan los inicios de lo que se llamó la *logística,* que ayudan a enfocar las bases de la lógica contemporánea, no forman parte de esta lógica en sus desarrollos ulteriores.

El Intuicionismo

Entre los cuales figuran *Brouwer*[104], Weyl, Poincaré y Kronecker. Argumentan que los principios de la matemática clásica no eran confiables y que la lógica ya no se tiene como verdad absoluta. Su posición es *constructivista*, así, por ejemplo, para la teoría de números, se considera una lista no finita de números naturales

0, 1, 2, 3, 4, 5, …, n, n+1

De manera que, cada número, excepto el 0, es sucesor de un número único. Se puede definir recursivamente las operaciones de la adición, producto,… y en consecuencia no es necesario referirse a la existencia de un *conjunto N* que contenga una totalidad infinita de números naturales, ni un conjunto C(N), ni 2^T como el conjunto de todos los conjuntos, etc.

A partir de la *construcción* de los números naturales, pueden construirse los enteros, y luego los racionales a partir de enteros, …, sin hacer mención a la existencia de conjuntos infinitos, ni tampoco a la noción de *totalidad*. Por medio de la construcción se abren las posibilidades al *infinito potencial*, no son dominios cerrados de cosas que existen en sí mismas, por el contrario las matemáticas clásicas con la creencia del *absoluto* transcienden las posibilidades de realización y ostentan verdades no fundamentadas. Igualmente, las demostraciones por contradicción o reducción al absurdo no son aceptadas en el *intuicionismo* porque para demostrar, por ejemplo, la existencia del número *n* tal que tenga la propiedad *p*, el intuicionista construye o encuentra un método que permita obtener el número *n* con tal

en el sentido escolástico, es decir a admitir que hay un mundo de los universales y de las verdades que no portan sobre tal o tal existencia particular. Este mundo de los universales deben subsistir, aunque no puedan existir en el mismo sentido que aquel en el cual los datos particulares existen. (Citado por Blanché/Dubucs 1996 307).

104 *Luitzen Egbertus Jan Brouwer* (1881-1966). Matemático holandés. Él sitúa su pensamiento en el prolongamiento de Kant y Schopenhauer. Retoma las teorías euclidianas, la teoría de conjuntos de Cantor y el método axiomático. Pone en oposición el formalismo (que considera las matemáticas como un lenguaje y la antigua escuela intuicionista, para quienes la aritmética es una colección de juicios sintéticos a priori. Él es el iniciador de la lógica intuicionista, formalizada por Arendt Heyting, que se caracteriza por la negación del principio del *tercer excluido. (*Jean Largeault, *L'intuitionisme*, Paris, PUF, coll. Que Sais-Je ?, 1992).

propiedad. Al contrario el matemático clásico concluye, por contradicción, que existe un *n* con la propiedad *p*, sin dar cuenta clara del procedimiento utilizado para encontrarlo.

En lugar de la *no-contradicción*, los intuicionistas utilizan el principio de inducción. Brouwer (1908)[105] critica el planteamiento de que las leyes lógicas poseen una validez independiente del sujeto al cual se aplican, especialmente la ley del *tercer excluido*: $P \vee \neg P$.

El Formalismo

Entre los cuales se cuentan: Zermelo, Fraenkel, von Neumann, Skolem, Bernays, Peano y su principal representante David Hilbert, en las década de 1920-30. Ellos pretenden rescatar la matemática clásica con base en la formalización de la matemática. Las matemáticas van más allá de aquello que es pensable claramente y justificable por la *intuición*, y se propone un programa para salvar las matemáticas clásicas, que deben desarrollarse a partir de una *teoría axiomática formal y consistente.* Antes de su programa, una demostración por *consistencia* para una teoría, comprendía la presentación de un modelo o interpretación, en donde todos los axiomas de la teoría debían ser verificados, en términos de la otra teoría tomada como modelo (la geometría de Lobatchevski es consistente si la geometría euclidiana lo es); es decir que el método del *modelo* muestra que la teoría es consistente si la otra teoría lo es. Pero cómo establecer la consistencia del análisis, por ejemplo? Seguramente ni reenviándolo al modelo geométrico ni al universo físico, se trata más de una idea que se obtiene por *extrapolación*. Entonces demostrar la consistencia de los sistemas matemáticos exige otro método diferente al de *modelo,* que reside en el hecho que no haya contradicción o paradoja en dos teoremas en el que uno sea la negación del otro.

La *axiomática formal,* asegura una completa libertad para escoger los objetos que designan los términos primitivos con la sola condición que verifiquen los axiomas, porque la interpretación de los términos primitivos, en lugar de ser especificada con anterioridad, se deja sin especificar.

Igualmente, para mostrar que la contradicción es imposible, propone la *teoría de la demostración o metamatemática* cuyo objetivo es la realización de demostraciones a partir de esa *axiomática formal,* aquí se utilizan solamente métodos *finitistas*, que son intuitivamente más seguros.

105 « Sur le caractère incertain des principes logiques »

Anotaciones Epistemológicas

Los desarrollos en Lógica de las tres corrientes fundamentan la *Lógica contemporánea* o Lógica Matemática, en donde las tres vías *reformulacionistas* aceptan y aportan los presupuestos de esta lógica. Así, la Matemática no va a fundarse exclusivamente sobre la lógica, como pretendía Russell y Frege, pero acepta presupuestos como las dadas en la *Begriffsscrift* (Frege) o la *Teoría de Tipos de Russell.* Igualmente las controversias entre Brouwer (Intuicionismo) y Hilbert (formalismo), llega a su fin con el reconocimiento por los intuicionistas, del hecho que el programa de Hilbert, sería aceptable si se abstenían de ver, en una demostración de consistencia, ciertas razones que pretendían dar un sentido real a algunas partes de las matemáticas consideradas por los intuicionistas como desprovistos de fundamento intuitivo. De esta manera, se presenta una lógica cuya reorientación está basada en la *efectividad, formalización y operatividad,* por lo cual los formalistas e intuicionistas van a pertenecer a la misma familia, en el sentido que los dos van a atribuir un lugar prioritario a los razonamientos constructivos.

9.1. Frege.

Gottlob Frege[106] de formación matemática, necesita de una lógica renovada y rigurosa para su aplicación a la matemática. Su ideal es la de un método estrictamente científico en matemáticas, en donde todas las proposiciones primeras sean expresamente mencionadas, de manera que se vea sobre qué se basa el conjunto de la construcción. Quiere ir más allá de *Euclides*, de manera que los métodos de inferencia utilizados sean especificados con anterioridad, no solamente los matemáticos sino los que aseguran su estructura formal[107], con el fin de llegar a una cadena de razonamientos donde no falte ningún anillo (*lückenlos).*

[106] *Gottlob Frege* (1848-1925) es un matemático, lógico y filósofo alemán, enseña en la Universidad de Iena e influencia a los lógicos y matemáticos posteriores como Husserl, Russell, Wittgenstein. Su obra es el punto de partida de la filosofía de las matemáticas y de una concepción verdaderamente moderna de la lógica (cuantificación, axiomatización). El pertenece a la corriente *logicista* y para el logicismo, las nociones lógicas fundan e introducen las nociones matemáticas; define el *número* en términos de relaciones biunívocas entre los elementos de dos clases y estima que los axiomas de la aritmética pueden ser sacadas de las leyes lógicas fundamentales

[107] Muy frecuentemente, en el discurso matemático se hace llamado a la *evidencia* de ciertos encadenamientos, que pueden conducir a resultados erróneos porque hay rupturas en la trama lógica.

Por otro lado, si Frege es considerado como el creador de la lógica contemporánea, hubo tres pasos importantes antes de él, dados por Pierce, Mac Coll y Peano, así:

- Pierce, hacia 1870, substituye la cópula fundamental (signo de igualdad) por el símbolo de *implicación.* Símbolo que puede convenir para marcar la relación de inclusión entre clases o la relación matemática y marca la función esencial de *ilación* entre proposiciones; propuesta que comanda el conjunto de la lógica.
- Hugh Mac Coll, 1877, basa la lógica sobre el cálculo elemental de proposiciones. Sus símbolos temporales (variables) son enunciados proposicionales. Sus constantes son símbolos permanentes (operadores proposicionales como: negación, conjunción, disyunción, implicación, equivalencia, 1 y 0 para designar verdadero y falso). La función de la razón que es sacar conocimientos nuevos de los existentes, es la ley fundamental del pensamiento, reflejada en la implicación, en donde el enunciado consecuente es necesariamente verdadero si el antecedente es verdadero. Esta ley de la *implicación* se encuentra al interior de la proposición que une el predicado al sujeto como el consecuente al antecedente; se distingue de la relación de consecuencia, porque ésta es más estrecha y entonces más fuerte: toda consecuencia es una implicación pero no a la inversa. Plantea, también, las leyes de la dualidad entre conjunción y disyunción.
- Peano, su escuela y la empresa del *Formulario* influencian la lógica contemporánea, los cuales tienen una gran importancia para los matemáticos de la época, mientras que la obra de Frege pasa casi sin importancia.

Estos elementos diversos son integrados en un sistema de conjunto perfectamente coherente y lo que era solo un sueño, se convirtió en una realidad, en la obra de Frege. La importancia de esta obra se da a conocer por medio de Russell que en los *Principles of Mathematics* de 1903, hace una presentación de las doctrinas lógicas y aritméticas de Frege, pero que denuncia una contradicción fundamental en su sistema, mientras que aquel de Russell evita la contradicción del sistema de Frege. Entonces, es la obra de Russell en los *Principia Mathematica*, que se presentó como la obra angular de la nueva lógica. Sin embargo, lectores de Frege como Husserl, Wittgenstein, … hacen conocer su obra (*Begriffsschrift*) medio siglo después, reconociendo su primacía. Actualmente, es Frege que tiene el primer puesto, en esta lógica, por su rigurosidad y estabilidad de sus teorías.

Este proyecto, se ve reflejado en un *sistema lógico moderno*, lo mismo que por un *proyecto logicista* y el planteamiento de un *análisis semántico*

9.1.1. Primer sistema lógico moderno.

Este es la herramienta lógica que permite formalizar todos los razonamientos, donde cada cálculo constituye un sistema axiomatizado y la lógica es la ciencia del *ser verdadero.* Considera, igualmente que, los axiomas son verdades evidentes, pero introduce reglas de inferencia que permiten deducir *analíticamente* todos los teoremas posibles, es decir sin recurrir a la *intuición.* Su desarrollo se refleja en la definición de un *simbolismo,* un *análisis lógico,* un *cálculo,* un *cálculo de proposiciones y de predicados y* de una *cuantificación.*

- Simbolismo

La matemática posee un simbolismo, pero no para el *razonamiento* matemático, que se expresa en parte en el lenguaje ordinario, que es laxo y por tanto presenta una falta de claridad en el razonamiento. Así, a medida que en este razonamiento, las relaciones son de más en más complejas, es más difícil asegurar la precisión requerida. Para sobrepasar estas deficiencias, presenta su obra capital la *Ideografía, Begriffsscrift*[108] , de suma importancia para la lógica y comparable solo a los *Primeros Analíticos* de *Aristóteles.* Es entonces la *idea o concepto (Begriff)* que determina la *grafía o escritura (schreiben),* es decir que para poder escribir una lengua, hay que construirla primero.

La simbólica de Frege difiere de la de Boole, en el sentido que no se trata de tomar los símbolos lógicos sobre aquellos de las matemáticas, sino que deben tener un carácter más general, que dominen las ideografías especiales como las de la aritmética, geometría o química, de manera que sea susceptible de extenderla a varios dominios de pensamiento. Así, Frege construye símbolos distintos de la aritmética, para evitar cualquier

[108] « *Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens* », Halle, Nebert, 1879 ; traduction française : « Idéographie ». Traduction, préface, notes et index par Corine Besson. Postface de J. Barnes. Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1999. «Bibliothèque des Textes Philosophiques ». Frege se arrepiente de haber utilizado el nombre *Begriffsscrift* para su obra, porque *Begriff* corresponde a la palabra *concepto,* que Frege entiende de manera diferente a la lógica clásica como concepto abstracto y general y porque esconde el orden verdadero que le quiso dar, él no parte de los conceptos con el fin de construir a partir de ellos proposiciones o pensamientos, sino por el contrario es por una descomposición de la proposición que se obtienen sus elementos. La primacía de la proposición sobre el concepto se establece definitivamente.

confusión, sin embargo los dos simbolismos se relacionan por la manera de usar las letras, es decir en el llamado de las variables.

- Análisis Lógico

La *Ideografía* además de su simbología, es importante también porque conduce a la realización de una *característica lógica* (propuesta por Leibniz), la que presupone un *análisis lógico.* Hasta entonces, los lógicos hacían el análisis lógico según el modelo del *análisis gramatical* (subordinado a la descomposición de la proposición en sujeto y predicado) de los lenguajes naturales. Para Frege, esta descomposición debe considerar su contenido conceptual y la aserción (o juicio) del contenido.

Se puede decir que, el *contenido* es el sujeto y la *aserción* es el predicado, por ejemplo:

> *La muerte de Arquímedes en Siracusa*: es el contenido conceptual
> *es un hecho*: es la aserción o juicio

De manera que, es necesario dos símbolos para el contenido conceptual y la aserción o juicio[109].

Frege usa dos letras diferentes para marcar las diferencias entre las diversas proposiciones que se van a analizar (A, B, …), el contenido es representado por una barra horizontal a la izquierda de la letra y la aserción por una barra vertical a la izquierda de la barra horizontal, así:

¡------- A

Hay dos otros símbolos para expresar el conjunto del cálculo de proposiciones: la negación y la condicional, la negación *no-A* se representa por una pequeña barra vertical amarrada a la barra del contenido:

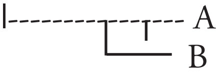
¡--┬---- A

El condicional (*Si B entonces A*), se simboliza: ¡--┬---- A
└── B

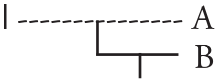
Igualmente se combinan estos signos, por ejemplo: *Si B entonces no-A*: ¡----┬┬--- A
└── B

[109] Más tarde, el contenido para Frege distinguirá entre *sentido y referencia* (o *denotación).*

Los otros conectores como la conjunción (la negación de la formula que precede), se pueden también expresar con esta simbología, así:



La disyunción:



Con este tipo de simbología, el análisis lógico puede ser llevado a un nivel más formal y en lugar del *sujeto/predicado* y luego del *contenido/ juicio o aserción,* puede pasar a la *función/argumento*[110]. De esta manera, se puede descomponer la proposición en sus elementos de una forma clara: un elemento estable, pero incompleto (*función)*, y un elemento variable que viene a complementar el primero (*argumento*), que forma con él una proposición. Por ejemplo: *el oxígeno [función] es un gas ligero [argumento].* Frege distingue también la diferencia entre una *proposición singular (Juan es mortal),* cuyo argumento está bien determinado, y una *proposición general (Todo hombre es mortal)* cuyo argumento es indeterminado; igualmente ésta distinción se presenta en su simbología[111].

Anotaciones Epistemológicas

El valor de una ideografía radica en la selección de las ideas fundamentales en las que se basa y no propiamente en la figuración representativa, por lo cual Frege presenta la lógica bajo la forma de un sistema deductivo. Esto, debido a que Frege no se contenta con despejar las leyes lógicas (juicios del pensamiento), que entran en la deducción matemática, sino que las presenta como sistema deductivo y lo que hace manifiesto son las relaciones mutuales entre las leyes, facilitando de esta manera el sistema de derivación.

[110] Al generalizar la noción de función, tomada de las matemáticas, Frege debe precisarla para el rol lógico que tiene que jugar. No es totalmente asimilable a la noción de concepto, el cual es más restringido: el concepto es una función cuyo valor es siempre verdadero o falso. Por ejemplo el concepto *hombre*, en función: *...es hombre* que se vuelve falso o verdadero según que se llene el "blanco"(…) por "José" o "caballo". La *extensión del concepto* es el conjunto de valores de verdad que toma la función como verdad y no como falso. Por el contrario, en su sentido gramatical, el concepto es a lo que se refiere el predicado, y a lo que se refiere el sujeto, es un objeto, pero un objeto no se refiere solamente a los objetos de la experiencia sensible. Para los lógicos un objeto es designado por un "nombre propio", pero no existen los "nombres comunes", por ejemplo la palabra "hombre", que no designa un objeto sino un concepto que es una función. (Ali Bernmakhlouf: *El vocabulario de Frege.* Paris, Ellipses, 2001, p.22-24).

[111] Esta *Ideografía* de Frege, perfectamente válida, no sobrevivió a su autor, porque como todo ideografía, es difícil de descifrar, y además no es muy cómoda para graficar e imprimir.

De otro lado, la noción de *función* prestada de las matemáticas para el análisis de la proposición es un paso decisivo en la renovación moderna de la lógica porque tiene varias ventajas con respecto al análisis clásico, como la relación entre *concepto y relación*, porque el concepto es una *función a un solo argumento* y la relación es una función que comporta dos o más argumentos. Igualmente, la función está a la base de *la cuantificación* en un sentido moderno.

- Cálculo

En el cálculo, Frege se funda sobre las funciones de verdad, aunque no propiamente como se conocen actualmente. Así, por ejemplo, para caracterizar la proposición condicional *Si b, entonces a,* el considera las cuatro posibilidades para las dos proposiciones: las dos afirmadas, *a* afirmada y *b* negada, o *a* negada y *b* afirmada, o las dos negadas; lo que se puede llamar actualmente funciones de verdad.

- Cuantificación

En lógica clásica, la cantidad de una proposición general está determinada por su sujeto, y posteriormente por la función. En cambio la cuantificación moderna porta sobre el argumento, cuando es indeterminado, como en las proposiciones generales. Por ejemplo, no en el *hombre* de *Todo hombre es mortal*, sino sobre el *x* de cualquiera que sea: *x es mortal si es hombre*, se admite así, el cuantificador universal. Define el cuantificador existencial por negación, por ejemplo: *existe al menos un hombre mortal* equivale a: *es falso que todos los hombres sean mortales (no-mortales)* Al concebir la cuantificación así, podrá volverse múltiple, si ésta comporta varias funciones que tienen argumentos diversos.

- Cálculo de Proposiciones

Admite dos conectores primitivos: la negación (*no*) y la implicación (*si…, entonces…*), los otros se pueden definir a partir de estos dos conectores primitivos. Comprende seis axiomas y dos reglas de inferencia, tales como: “si el antecedente de una implicación es verdadero (con la implicación verdadera), entonces el consecuente es verdadero” y la regla de substitución de las expresiones equivalentes.

- Cálculo de predicados

Se construye alrededor de la noción lógica de *concepto* como generalización de la noción matemática de *función* tal como *y = F(x)*. Sabiendo que *concepto* es toda función que admite solo los dos valores de verdad (verdadero y falso) y por argumentos los objetos. Un ejemplo de Frege del concepto:

"… conquista Francia". Si se reemplazan los puntos de suspensión por "Cesar", se obtiene la proposición "César conquista Francia", se dice que el concepto se satura[112] por el objeto César. Mientras que si se satura por Cleopatra, el mismo concepto engendra una proposición falsa. A partir de estas proposiciones singulares, se puede por una doble abstracción, obtener un esquema conceptual *F(x)*, donde *x* marca el lugar del argumento y *F* el del concepto. Se tiene aquí una función lógica y no una matemática.

Anotaciones Epistemológicas

Las proposiciones de lógica así planteadas por Frege proveen el instrumento necesario para conferir a la matemática la forma rigurosa necesaria, y da a la ciencia de la lógica su forma moderna. De manera particular, quiere demostrar que las proposiciones de la aritmética se pueden reducir a las proposiciones analíticas *(Grundlagen der Arithmetik)*. Muchos de los elementos que presenta no son totalmente novedosos, la base de la lógica a partir del cálculo de proposiciones de Mac Cole, la ideografía y la de la reducción del cálculo son temas propuestos por Leibniz y la relación lógica y matemática, se conoce desde Boole. Sin embargo, su importancia radica en la integración del conjunto de estos desarrollos, de una forma coherente y científicamente aceptable.

9.1.2. El Proyecto Logicista.

La nueva lógica, como herramienta fecunda de análisis, que expresa las leyes fundamentales del pensamiento puro, es concebida como el medio de fundamentar las matemáticas. El proyecto trata de asentar las matemáticas sobre el desarrollo analítico[113] de esta nueva lógica. Frege se propone reducir

---

112 Frege distingue entre las expresiones *saturadas* como los *nombres propios* y las expresiones *insaturadas* como las *palabras conceptuales*. Las expresiones insaturadas comprenden los espacios vacíos susceptibles de ser ocupadas por las expresiones saturadas como los nombres propios. (Ali Bernmakhlouf: *El vocabulario de Frege*. Paris, Ellipses, 2001 52.)

113 *Analítica* es una verdad obtenida por el solo medio de las definiciones y de las "leyes lógicas generales" que no admiten, ni tienen necesidad de prueba. Su opuesto es la *sintética*, que es una verdad que supone el recurso a un "dominio particular del saber" (Frege, *Die Grundlagen der Arithmetik*. Hamburgo, Felix Meiner Verlag, 1988. § 3, p. 14, traducción francesa p. 127). La revisión de esta pareja nocional como aparece en la filosofía de Kant ocupa las primeras páginas de los *Fundamentos de la aritmética*. Las proposiciones de la aritmética son, según Frege, analíticas porque ellas no toman en cuenta la intuición, contrariamente a lo que piensa Kant, son solamente definiciones y verdades lógicas generales. (Ali Bernmakhlouf: *El vocabulario de Frege*. Paris, Ellipses, 2001 6).

la *aritmética a la lógica (Grundlagen der Arithmetik, 1884),* tal reducción logicista suponía a la vez, definir lógicamente los conceptos aritméticos y probar lógicamente los axiomas aritméticos, ampliando éstos más allá de la teoría de números enteros, lo que incluye todo el análisis matemático. La falta de claridad de los principios de la aritmética y de la definición de *número* que proponían los matemáticos y los filósofos, constituían un escándalo para el espíritu humano, lo que conducía a aclarar sus bases y a realizar la reducción.

Igualmente, se define el concepto aritmético de número cardinal en términos lógicos de *extensión* del *concepto*, que es el conjunto de objetos que permiten engendrar las proposiciones verdaderas a partir del concepto. En 2012, el concepto (el predicado) "*es presidente de Colombia*, es satisfecho por un solo objeto, *Juan Manuel Santos* y el numero 1 caracterizaría así este concepto.

Así, si la aritmética se deduce de la lógica, hace posible varios aspectos: la economía del recurso de la intuición, la capacidad del pensamiento el pensamiento racional de definir los objetos y la producción de los conocimientos de la aritmética, que es lo que Frege emprende en la *Ideografía y Las leyes fundamentales de la Aritmética* (publicados en 1893 y 1903).

9.1.3. Análisis Semántico.

La lógica al ser la ciencia de las inferencias válidas, podía tener solamente un desarrollo sintáctico[114], en el cual se fijan las reglas de uso para los signos lógicos, se aplican igualmente reglas sobre los axiomas y se deducen los teoremas. Sin embargo, la importancia de éste desarrollo radica en el significado que se pueda adquirir en un momento dado, lo que provee el carácter semántico a la lógica. Frege esquematiza sus bases y presenta una teoría del signo, de la proposición y del juicio.

- *Teoría del signo*: Propone una definición tripartita del signo que comprende el signo en su materialidad [*zeichen*], el sentido [*sinn*] y la referencia [*bedeutung*].
- *Teoría de la proposición*. El análisis del signo se extiende a la proposición. El sentido de una proposición es un pensamiento [*Gedanke*] y su

[114] Sintáctico, en teoría de lenguajes, se entiende, como la estructuración del lenguaje a partir de reglas de construcción y de transformación.

referencia es un valor de verdad (verdadero o falso); es en el contexto de la proposición que los signos y el concepto toman sentido.

- *Teoría del Juicio*: El concepto fundamental del análisis lógico es el *juicio*. Este agrega al contenido proposicional el acto de afirmar, es decir el hecho, para un sujeto de admitir la verdad de la proposición. Se puede hablar de la *muerte de Pedro* lo que no adquiere el compromiso de afirmar sobre la verdad de esta *muerte*. Al contrario, si se pronuncia el juicio "Pedro se murió", se está afirmando, en principio su muerte.

Anotaciones Epistemológicas

Con este panorama, se le debe a Frege, además de la primera presentación completa de la lógica bajo la forma de un sistema formal axiomatizado, la mayoría de las nociones de base de la lógica moderna. Su obra introduce varias innovaciones tan importantes que la lógica se divide en la lógica contemporánea y la pre-fregeana. Sin embargo, uno de los aspectos era el de conocer hasta qué punto la lógica podía ser ampliada y en particular si la lógica pura era capaz de proporcionar sus objetos, que para Frege era afirmativo porque la Ley V de las *Leyes fundamentales de la aritmética,* dice: *"toda propiedad permite definir el conjunto de los objetos que satisfacen esta propiedad, exactamente como la propiedad de ser azul permite definir el conjunto de las cosas azules y de presentar así la existencia de este conjunto";* lo que Russell muestra de forma negativa, como una contradicción, conocida por la *Paradoja de Russell*[115].

Sin embargo, en los primeros años del siglo XIX, no es hacia Frege que los interesados en la lógica, la filosofía de la lógica y de la simbolización de su lenguaje, se dirigen, sino hacia *Giuseppe Peano* y al equipo de matemáticos italianos que trabajan con él.

[115] La Paradoja de Russell, se encuentra en una carta que Russell envía a Frege en 1902, en la cual muestra que la ley V conducía de manera directa a una contradicción, en donde se considera que la propiedad de un conjunto, de ser *elemento de sí mismo*. Hay conjuntos que satisfacen esta propiedad, por ejemplo el conjunto de todos los conjuntos con más de tres elementos, que a su vez él tiene más de tres elementos. Se anota P la propiedad, para un conjunto, de no ser el elemento de sí mismo. Se considera, ahora, el conjunto de los conjuntos que consideran que satisfacen *P*, este conjunto es un elemento de sí mismo. Si lo es, entonces no lo es (porque satisface *P*). Supongamos la existencia de un tal conjunto lleva a una contradicción, y el sistema de Frege, según el cual toda propiedad permite de definir el conjunto de los objetos que satisfacen esta propiedad, es contradictorio. (Wagner 2007 26).

9.2. PEANO.

Giuseppe Peano[116], subordina las leyes lógicas a las necesidades de la matemática, igual que Frege pretende completar el simbolismo matemático por un simbolismo lógico, piensa que se podría escribir la matemática entera en un lenguaje completamente claro, sin las particularidades del lenguaje natural. Presenta en la obra *Formulario*, de 1895, su intención de una lógica *universal*, que permitiera leerla directamente sin tener en cuenta su base lingüística. Se inspira en parte de Boole, pero su proyecto no es integrar la lógica a la matemática, sino de completar el simbolismo matemático por un simbolismo más fundamental que se aplicará fuera del dominio matemático, por lo cual evita, contrario a Boole, utilizar los términos matemáticos para el uso lógico.

Con respecto a las analogías reconocidas por Boole entre el cálculo de proposiciones y el cálculo de clases, Peano innova y señala la especificidad del cálculo de clases e introduce el símbolo que marca la pertenencia de un individuo a una clase: x€a, se leerá *x es una a.* De esta manera, la pertenencia de un individuo a una clase debe ser cuidadosamente distinguida de la inclusión de una clase en una clase, las dos relaciones no tienen las mismas propiedades formales, la una es transitiva, la otra no. Nada impide mirar, una clase como un individuo, con los caracteres que le convienen como totalidad; pero es importante hacer la distinción entre la pertenencia e inclusión cuando el sujeto de la proposición designa ya una clase. *Los apóstoles son doce*, no tiene la misma estructura ni las mismas propiedades lógicas que, *Los apóstoles son discípulos de Jesús*, no se puede concluir que *Juan*, siendo *apóstol*, es *doce*. Según Peano, se debe distinguir, entonces, entre una clase singular y el individuo único que la clase contiene, se debe distinguir *una caja de chocolates* y el único chocolate que la caja contiene, los dos no tienen las mismas propiedades.

Esto lleva a Peano a hacer una distinción entre el *todo* y *algún* que se aplican a los miembros indeterminados de una clase, por lo cual es necesario un símbolo especial para introducir un sujeto singular cuando éste es designado no por su nombre propio, sino por una expresión descriptiva que hace referencia a un concepto o a una clase y que se introduce ordinariamente por un artículo definido singular. Peano usa la letra (*iota inversa*) y escribe para significar: "*la x que es el miembro único de la clase a*".

[116] *Giuseppe Peano* (1858-1912), es un matemático y lingüista italiano de fin del siglo XIX. Pionero del enfoque formalista en matemáticas y paralelamente con el alemán Dedekind desarrolla una axiomatización de la aritmética (1889). Inventa un lenguaje auxiliar internacional el *latín sin flexiones* (LsF) en 1903.

De esta manera, la lengua simbólica de Peano no se reduce a un simple cambio de escritura sino que traduce en términos precisos las relaciones matemáticas y las demostraciones que lo conducen a establecer las distinciones o las nociones que no se percibían hasta entonces.

9.3. Russell

Bertrand Russell[117], lo mismo que Frege contribuye a mostrar que la estructura lógica real de un enunciado podía alejarse de su estructura gramatical y presenta una estrategia de análisis que podía no solamente resolver este problema sino resolver otras aporías o problemas ligados a ésta estructura, quitando así las ambigüedades del lenguaje natural y haciendo ver las inferencias deductivas (*Principles of mathematics 1903*)[118]. Quiere de un lado completar la obra de Peano y rectificar la de Frege.

Russell concibe también el proyecto de una deducción de las matemáticas en la lógica, se inspira de Peano e introduce la *Teoría de Tipos,* para evitar la contradicción que afectaba el sistema de Frege; igualmente para la reconstrucción de la matemática sobre la base lógica Russell y Whitehead publican tres volúmenes de *Principia Mathematica*, entre 1910-1913, los cuales son considerados, hasta principios de los años 1930, la principal obra de referencia de la lógica matemática. Aquí, ellos retoman los propósitos de *Principles*, pero con mucha más amplitud y precisión. Se basan en dos estudios: a- los estudios de los geómetras que se esforzaron en formular y sistematizar los axiomas, los de Cantor y otros sobre temas como la teoría de conjuntos; b- los estudios sobre la *lógica simbólica*, que tiene ya una adecuación técnica necesaria como instrumento matemático. Obtienen dos resultados: algunas proposiciones que eran tenidas como axiomas son o superfluas o se pueden demostrar y los métodos con los que se demuestran estos axiomas pueden dar resultados en campos como los números infinitos, que no se conocían antes.

El Plan de los *Principia* se vuelve clásico en los tratados modernos de lógica, siguiendo el orden natural de dependencia, por ejemplo, bajo el

117 *Bertrand Russell* (1872-1970) de origen inglés, conoce una existencia muy rica sobre el plano intelectual. Primitivamente seducido por las ideas hegelianas a la moda en Inglaterra (Bradley, Mc Taggart), fue sucesivamente filósofo, lógico, matemático, moralista, periodista, político. Su pacifismo lo condujo dos veces a la prisión. Obtuvo el premio nobel de literatura en 1950 y está al origen del Tribunal y de la Fundación por la Paz que llevan su nombre.

118 Los *Principles of mathematics* de 1903 se publican el mismo año del segundo volumen de las *Grundgesetze* de Frege.

título de “Teoría de la Deducción”, se incluye el *Cálculo de proposiciones, Funciones proposicionales, Teoría de clases y Teoría de relaciones.*

En general sus aportes pueden presentarse en tres temas: la estrategia del análisis lógico, la Teoría de Descripciones Definidas y el Proyecto Logicista.

9.3.1. Estrategia del Análisis Lógico

En los *Principles of Mathematics (Principios de las Matemáticas) (1903),* a partir de un análisis gramatical de la proposición, llega a los mismos resultados de Frege. Lo que Frege ha llamado *concepto*[119], Russell lo llama *función proposicional: x es humano* es una función proposicional; mientras *x* sea *indeterminado,* la proposición no es ni falsa ni verdadera; pero cuando se le asigna un sentido a *x* ella toma el valor de verdadero o falso (*Introducción a la filosofía matemática*). Utiliza un simbolismo lineal, que difiere de aquel de Frege, pero se acerca más al de Peano y que luego se convertirá en el simbolismo de la nueva lógica.

9.3.2. La Teoría de Descripciones Definidas.

En el artículo *On denoting [De la denotación]* de 1905, el análisis lógico que desarrolla lo lleva a las expresiones que describen un *individuo singular.* Por ejemplo la descripción definida[120]: *el actual presidente de Colombia,* requiere lógicamente que al menos exista (condición de existencia) y que sea un *individuo susceptible de ser calificado* como *presidente de Colombia* (condición de unidad).

Se ve así, una aplicación de la lógica al lenguaje natural, es la primera vez que se muestra el proceso de individuación de un objeto: *el tal,* sirve para aislar entre todos los individuos, aquel que es *el presidente de Colombia,* por ejemplo. La respuesta tradicional, consistía en atribuir una realidad a todo objeto de referencia, lo que hace Russell todavía en 1903 (*Principles of Mathematics). S*in embargo, en el caso de una ausencia de referencia como:"Ano es" debe ser siempre falso o sin sentido, porque si *A* no fuera

---

119 *Concepto* es toda función que admite solo los dos valores de verdad (verdadero y falso) y por argumentos los objetos.

120 La *Teoría Russelliana de descripciones (“On Denoting”, Mind, oct. 1905, p.479-493*), define como descripción, una manera de designar un individuo por una expresión que juega el papel de nombre propio, por lo que él denota bien un individuo y uno solo, pero por medio de un concepto, simple o compuesto: *el rey de Inglaterra, el autor del crimen, el centro de gravedad del sistema solar en el momento t, etc.* Russell dice que las descripciones son “símbolos incompletos”, no son verdaderos nombres, son funciones que deben ser completadas por un argumento para formar una proposición. (Blanché/ Dubucs 1996 330).

nada, no podría llamarse como *no ser.* implica que hay un término *A* cuyo ser es negado y por lo tanto *A es.* Lo que presupone un compromiso *realista,* porque todo nombre dotado de sentido tiene por significado un objeto que tiene un *ser.* Esto significa aceptar una serie de objetos imposibles, ficticios o abstractos (como son los objetos matemáticos de clases, números, conjuntos, …), de manera que, al aceptar una *descripción definida* y un nombre propio, el *ser* así nombrado tiene existencia.

Así, con su nueva teoría (*On denoting* 1905) permite quitar la dificultad que presentan algunas de las *descripciones definidas* que "parecen designar o hacer referencia a un individuo" que no existe, por ejemplo: *el actual rey de Ecuador es de origen ruso.* Russell, se pregunta: ¿Cómo evitar la representación de esta *descripción definida* por una expresión que deja suponer que tiene una denotación real y en este caso, la frase es falsa o desprovista de sentido? La solución que Russell expone es un paradigma del análisis lógico y lo analiza de la manera siguiente:

- x es Rey de Ecuador
- No existe individuo *y* diferente de x tal que sea Rey de Ecuador
- x es de origen ruso

La respuesta es que no existe ningún individuo que tenga las tres propiedades enumeradas, por lo cual la proposición es falsa; el análisis propuesto hace desaparecer la *descripción definida: El actual Rey de Ecuador* y el problema de su *denotación o referencia* no se presenta. De esta manera, el problema se convierte en un *valor de verdad del juicio,* pero el compromiso está sobre la realidad, es decir sobre los individuos que componen la realidad. Para Russell como para Frege, la lógica es una teoría abstracta pero que recae sobre el mundo real, no sobre un universo de discurso, de manera que con esta técnica se dejan de lado las entidades imposibles, abstractas o ficticias y de cierta manera constituye una forma moderna del clásico *navaja de Ockham*[121]*,* donde las descripciones definidas, los nombres

[121] Ockham se hacía la pregunta de cómo dar el significado a los términos generales o universales. Por ejemplo para Platón, la belleza califica los cuerpos bellos de individuos indeterminados o sus almas bellas, .., es decir la *belleza* en sí. ¿Qué significa el término de belleza? Tres respuestas son posibles:
- *Realista:* los universales son realidades inteligibles. La belleza tiene el estatuto de realidad suprasensible, lo que quiere decir que las palabras se refieren a un objeto, así sea abstracto (Champeaux, Pedro de España, Tomas de Aquino).
- *Conceptualista:* los universales son conceptos, donde lo universal es una representación intelectual, resultado de un proceso cognitivo del hombre

de clases, los números, constituyen *símbolos incompletos* que designan no objetos, sino construcciones lógicas[122].

Deja igualmente varias preguntas: ¿qué se debe esperar del análisis lógico de un enunciado? ¿Pone en evidencia la forma lógica subyacente que sería disimulada por la forma gramatical? ¿O simplemente, opera una transcripción de los enunciados de la lengua usual al lenguaje artificial que puede ser más preciso? Puede haber una pregunta conexa: entre todas las fuentes del lenguaje natural, ¿cuáles son las que deben servir a formar los elementos sintácticos constitutivos del lenguaje lógico que se utiliza?[123]

- *Nominalista:* los universales son nombres. Los únicos seres que existen son individuos, no universales. Rocelin y Buridan dicen que son abstracciones verbales y Ockham rechaza el compromiso de realidades no individuales, las entidades no deben multiplicarse.
- *En siglo XX:* para el estatuto ontológico de matemáticas y la pregunta sobre: ¿qué es el número? La solución realista consiste a considerarlo como una entidad que posee existencia propia (Cantor, Gödel, Frege y el primer Russell). Luego Russell hará del número una pura construcción lógica; Quine y Goodman lo miran como una convención. (Popelard/Vernant 1998 18).

122 Así mismo, el análisis lógico de las descripciones definidas condena el *argumento ontológico*, justificando así las críticas de Hume y Kant. Debido a *Anselmo de Cantorbery*, el argumento ontológico consiste en deducir la existencia de Dios de la definición de *Ser perfecto*. Por lo cual, *"Ser Perfecto"* compone una *descripción definida* que se reduce a: "existe un y un solo individuo que es perfecto". Atribuir la existencia de Dios es explicar el compromiso contenido en la cuantificación existencial (*el existe*). Todo juicio sobre el *Ser Perfecto* es verdad si y solamente si se puede encontrar un individuo que es perfecto. Su valor de verdad depende de una constatación o de una creencia, pero en ningún caso de una demostración, no depende de la razón sino del corazón (Pascal). Frege da la explicación: la existencia no concierne un objeto sino un predicado, lo que quiere decir que un predicado es satisfecho por al menos un individuo (Popelard/Vernant 1998 36).

123 Desde Frege y hasta mitad del siglo XX, con respecto a esta última pregunta, estuvo relacionada con los fundamentos de matemáticas y se concentró sobre las fuentes mínimas que un lenguaje lógico debe disponer para formalizar los teoremas y las pruebas de los matemáticos. Entre las fuentes del lenguaje natural que se integran a los lenguajes lógicos figuran los conectores proposicionales ('no", "y", "o", "si … entonces", la predicación ("x es P"), las relaciones ('x está en la relación R con y"), las variables de individuos (x, y, etc.) y los términos generales. Entre las propiedades se puede ver la *extensionalidad* que supone que, el reemplazo de un enunciado A por un enunciado A' en un enunciado B que produzca un enunciado B', que tiene el mismo valor de verdad que A, es decir que la propiedad está sometida al principio de *substitucionalidad de los idénticos.* Así, si , cualquier enunciado en el que figura "a" tiene el mismo valor de verdad que el enunciado obtenido reemplazando una ocurrencia de "a" por "b"; "a" y "b" son términos que designan un individuo o un objeto. La *lógica de primer orden* es *extensional,* posee propiedades y estructuras muy claras, conformando el espacio más adecuado para la formalización de las matemáticas e inclusive puede marcar los límites de la lógica misma. (Wagner 2011 66-68).

Anotaciones Epistemológicas

Si el espíritu de la lógica se justificaba para aclarar los enunciados del lenguaje natural y hacerlos más precisos en un lenguaje artificial o formal como el de la lógica, con los desarrollos posteriores de la lógica, como los de Lewis, Carnap, Wittgenstein, Quine, Hintikka, Kripke, …, la desconfianza en la gramática o en las estructuras sintácticas y semánticas de los lenguajes naturales, pierde importancia. En este nuevo contexto, la lógica no tiene por función revelar lo que los lógicos llaman la "estructura real de los enunciados" que estaría perdida por las idiosincrasias lexicales y gramaticales, sino a contribuir de un lado a la formalización, aclaración y precisión de los lenguajes matemáticos (*lógica matemática*) y por otro lado, sí a continuar en la comprensión de las estructuras sintácticas y semánticas de los lenguajes naturales.

9.3.3. Proyecto Logicista.

En los *Principia Mathematica (1910-1913),* además de presentar los cálculos lógicos, Russell tiene por objeto reducir las matemáticas a la lógica, comprendiendo la geometría. Así mismo, uno de los trabajos a realizar en ese proyecto logicista era definir, de una manera cercana al sentido usual, las expresiones como "deducir", "lógica", y "matemática", …, de manera que se pudiera mostrar que las matemáticas se deducen de la lógica, para lo cual había que hacer grandes concesiones para realizar un programa que se calificara de logicista[124].

En este mismo sentido, Cantor había ya reducido las matemáticas a la teoría de conjuntos, sin embargo había que definir lógicamente los conceptos de esta teoría. Russell lleva el concepto matemático de *conjunto* al concepto lógico de *clase.* Él plantea dos tipos de clases: aquellas que se contienen a ellas mismas (la clase de clases) como uno de sus elementos y aquellas que no se contienen a ellas mismas (la clase de los caballos no es un caballo); esto lo lleva a una *paradoja fundamental:* la de las clases: ¿la clase de las clases presentada en la segunda clase es en realidad de la primera o de la segunda clase? Es decir ¿se contiene ella misma o no se contiene?, lo que nos lleva a una contradicción.

---

[124] Se han realizado trabajos contemporáneos, inscritos en la línea de Frege como el de Bob Hale y Crispin Wright B. Hale y C. Wright, The *Reason's Proper Study,* Oxford, Oxford UP, 2001. (Citado por Wagner 2011 29).

Estas paradojas, como se ha visto, tienen su origen en la falta de claridad del uso de las reglas del lenguaje, lo que lleva a la producción de autorreferencias o círculos viciosos que ponen en juego totalidades que no se controlan completamente. Por lo cual, para Russell, era necesario reforzar las reglas sintácticas imponiendo una condición según la cual una clase no puede contenerse a ella misma como elemento. Se crea, así, una jerarquía de dominios de significados, que él llama *tipos, que se excluyen mutualmente:* si un individuo puede ser miembro de un club de danza de un Departamento y un tal Departamento de un país, se tendría según los Tipos:

- Tipo 0: individuos (Juan, Pedro, Carlos)
- Tipo 1: clases de individuos por departamentos (cundinamarqueses, boyacenses, santandereanos, …, quiteños, limeños)
- Tipo 2: clases de clases (Club de danza colombiana, Club de danza ecuatoriana, Club de danza peruana, …).

La distinción de tipos prohíbe que una *clase* pueda pertenecer a ella misma, así, la expresión "una clase pertenece a ella misma" que se veía en los sistemas fregeanos, se encuentra "sin sentido" (*meaningless)* pero *no es falsa*[125]. Para Russell la antinomia que conduce a la noción de una clase que se contiene a sí misma como elemento, se evita, porque no se puede construir.

Para Russell como para Frege este programa es concebido sin que una caracterización del conjunto de verdades lógicas sea propuesto, con anterioridad. La lógica sería como una idea directora que permitiera orientar las investigaciones sobre la pregunta: ¿cuáles son los elementos primarios que hacen posible la deducción de las matemáticas? Russell debía contar con una totalidad de verdades lógicas, es decir que fueran totalmente evidentes, pero ciertas de ellas, como el axioma de selección o el axioma del infinito, no lo eran y ademas gran parte de pruebas matemáticas exigían el recurso a tales axiomas. La comprensión de este problema hace que su proyecto logicista preliminar sea ajustado. Así, este nuevo proyecto se convierte en un ejemplo de un proyecto filosófico que llama a una distinción entre

[125] Russell hace así la distinción entre enunciados *falsos* y enunciados *sin sentido.* Para *Malebranche* si un enunciado es sin sentido es porque hay una palabra en él, que está mal utilizada y le imparte el *sin sentido* pero la forma del enunciado es correcto; para Russell es la forma misma del enunciado, como por ejemplo *, no tiene sentido* pero su forma es correcta, es un error de sintaxis. Distinción que ha sido indispensable para los lógicos, donde por ejemplo, entran los enunciados de la metafísica (*Empirismo lógico).*

verdades que son reconocidas como *lógicas* y otras verdades que van más allá del lenguaje presentado, que serían las *extralógicas*.

Anotaciones epistemológicas:

Los aportes principales de Russell, que son en su mayoría comunes con Frege, se pueden pensar como: el ordenamiento del conjunto de la lógica, el uso sistemático de la escritura simbólica, la presentación de la lógica bajo la forma de un sistema deductivo y el análisis de la proposición en *función y argumento.* Este último, presenta la unificación de la lógica atributiva y de la lógica de relaciones, el uso de los cuantificadores y la cuantificación múltiple. Se puede decir que, Frege planteó e hizo varios desarrollos de esta nueva lógica y que Russell contribuyó a acreditar todas las innovaciones imponiendo la reorganización de la lógica según un orden que se volvió clásico porque era conforme a las relaciones naturales de subordinación y coordinación entre sus diversas partes. Impuso igualmente un estilo, a la vez con la escritura simbólica y la presentación axiomática, es decir un modo de construcción y de exposición que satisfacía las exigencias del rigor formal, como lengua general para los lógicos, que todos sabían leer e interpretar, aunque muchos prefirieron luego, escribir otro lenguaje.

Por otro lado, las críticas a la obra de Russell, están enfocadas a la reducción logicista, mientras que la parte netamente lógica quedó indemne. La reconstrucción lógica de las matemáticas, de *Principia*, tenían defectos que eran los supuestos en axiomas como el de reductibilidad y el del infinito. El axioma de *reductibilidad* plantea que mientras una noción es definible por un predicado de un cierto orden, ella posee igualmente un predicado del orden inmediatamente inferior por el cual se puede igualmente definir, es decir que la caracteriza exactamente y a ella sola. Este axioma no es evidente, porque no se trata de proposiciones analíticas. Así mismo, el axioma del *infinito*, ligado a la definición lógica de número, y a la noción de similitud, definida de forma solamente lógica, va a contradecir el principio esencial de la aritmética, en el que después de un número hay otro. Esto, debido a que la teoría de tipos deja sin piso la base para formar indefinidamente clases, a partir de un número finito de individuos que le pertenecen, pero también a las clases de estos individuos y a las clases de estas clases.

De manera que, para tener una coherencia entre la definición lógica de número y la teoría de tipos con la noción aritmética de la cadena ilimitada de enteros, hay que postular la infinidad del universo. Hipótesis que se impone no como evidencia empírica ni como evidencia lógica, sino que a la base de la construcción lógica de número figura un axioma no analítico, que es una aserción referida al universo.

10. DESARROLLOS POSTERIORES DE LA LÓGICA MATEMÁTICA

Los orígenes de la *Logística*, llevados por los programas logicistas de Frege y continuados por Russell, le han dado gran impulso a la lógica, lo que hacen de ella una disciplina nueva y toma el nombre de *Lógica Matemática,* que representa una de las características de esta lógica contemporánea, como la aplicación de sus métodos a las matemáticas. Así, la lógica deja de ser parte de la filosofía, se especializa y diversifica, de manera que si para Frege y Russell, la lógica es la ciencia del *ser-verdadero*, en donde los axiomas de los cálculos lógicos expresan verdades evidentes, conocidas intuitivamente, llamadas las *leyes fundamentales* del pensamiento y aplicadas universalmente a las formas de razonamiento (los objetos del cálculo de predicados, por ejemplo, tomarían los valores en el conjunto de los objetos del mundo real); al contrario en los años veinte, surge una relatividad en la lógica lo que muchas veces se llaman *lógicas*, donde lógicas incompatibles se vuelven posibles, en donde no es más la lógica del ser-verdadero, sino una ciencia hipotética-deductiva.

En este sentido, los sistemas lógicos permiten deducir teoremas a partir de axiomas tenidos como hipótesis admitidas, liberándolos de las verdades primeras y en este sentido, estos sistemas aparecen como simples *lenguajes*. La lógica no es, entonces, una teoría, es decir un sistema de afirmación sobre objetos determinados, sino más parecido a un lenguaje, es decir un conjunto de signos controlados por reglas (Carnap, 1997). La *deducibilidad* y validez, son relativas a un sistema y a un lenguaje lógico.

En general, en muchos casos actualmente, las lógicas son *a priori*, son libres de todo hecho u objeto empírico, son deductivas y sus resultados son necesarios, inclusive si esta necesidad es relativa a un sistema de reglas adoptadas, son formales y por lo tanto las leyes lógicas no tienen ningún contenido (Wittgenstein). Al no tener como competencia los objetos empíricos, les concierne el discurso sobre los objetos, en donde se ven las maneras diversas de utilizar racionalmente este discurso y de esta manera es el *lenguaje* que va a tomar el lugar privilegiado en las lógicas y que va a presentarse como relativo a cada discurso de éstas: calculo proposicional, de predicados, lógicas alternativas, lógicas modales, …etc.

En este sentido, se puede, pensar en el desarrollo de varias áreas, de esta nueva lógica: el *desarrollo de la sintáctica* con la *teoría de la demostración,* consagrada al estudio sintáctico de las pruebas y a los sistemas de derivación formal, liderado por Hilbert y su escuela en el *Programa de Hilbert*; el desarrollo de la *semántica* o interpretación de los enunciados a partir de modelos que la verifican, diferente al planteamiento de Frege; la *teoría de la calculabilidad* con el desarrollo de métodos efectivos de cálculo. Las dos primeras realizadas de 1914-1930 y la tercera a partir de los años 1930 hasta la actualidad (Blanché/Dubucs 1994 356).

10.1. Desarrollo de la Sintáctica.

Dentro de las contribuciones decisivas en la formación de la lógica matemática, está el punto de vista *formalista*, con los trabajos de David Hilbert[126] en su conocido *Programa de Hilbert;* como Frege y Russell, él busca resolver los problemas de fundamentación de las matemáticas. Sin embrago, la orientación filosófica del trabajo hilbertiano era diferente a los planteamientos de Frege y Russell, porque la solución de las paradojas que se referían al infinito y la búsqueda de una base para sentar las teorías matemáticas requerían un análisis que llevara a una prueba de *no-contradicción* o *consistencia absoluta*, en donde la *formalización* de las matemáticas podía ser un buen soporte en esta vía. Esta formalización va dirigida especialmente a los problemas sintácticos de un sistema. Igualmente, en el transcurso de los años 20 se encuentran, en esta vía, los trabajos de Ackermann (1896-1962), con la búsqueda de la consistencia de la aritmética y coautor con Hilbert de un primer manual de Lógica matemática; los estudios del francés Herbrand (1908-1931) que quieren probar un fragmento de la consistencia de la aritmética; Bernays (1888-1977) coautor con Hilbert de varias obras; Gödel que trabaja sobre la

126 *David Hilbert* (1862 Königsberg, muere en 1943 à Göttingen), es un matemático alemán, considerado como uno de los mas grandes matemáticos del siglo XX, a mismo título que *Henri Poincaré* (matemático francés). Planteó una serie de ideas fundamentales en teoría de invariantes, la axiomatización de la geometría o los fundamentos del análisis funcional (espacios de Hilbert). Presentó en 1900 23 famosos problemas que influenciaron la investigación de las matemáticas en el siglo XX. Hilbert y su escuela aportaron parte de la infraestructura matemática necesaria para el despertar la mecánica cuántica y de la relatividad general. Defendió las ideas de G. Cantor en *teoría de conjuntos y sobre los números transfinitos.*

consistencia de un sistema formal, va a aportar resultados negativos que ayudan a complementar la noción sintáctica y semántica del sistema formalizado e igualmente a la teoría de la calculabilidad.

10.1.1. El Programa de Hilbert.

Probar la *consistencia absoluta* de la matemática es probar directamente la imposibilidad de deducir de los axiomas de una teoría, a la vez un enunciado afirmativo y su negación. Por ejemplo, si se trata de probar la homogeneidad de un sistema, de manera que sea verificada por los axiomas y conservada dentro del sistema por las reglas de inferencia (toda conclusión deducida de premisas homogéneas es homogénea), lleva a la conclusión que, todos los teoremas del sistema son homogéneos. De esa misma manera, la negación de una formula homogénea no puede ser, en ese sistema, una formula homogénea.

En consecuencia, la problemática de la consistencia se desplaza hacia la legitimidad de los razonamientos *no-constructivos* o los que no se pueden establecer por un número finito de pasos.

Así, se podría controlar lo infinito (*transfinito*) por medios finitos, o por la reinterpretación de los medios no-constructivos en medios constructivos, es decir, se trataba de componer una lógica en el campo de lo *finito*. La indagación de Hilbert y los lógicos se centra, sobre lo que se puede entender por *razonamiento constructivo*, para llegar a este planteamiento, Hilbert va a estudiar y presentar varias soluciones, así:

- En el acerbo de la matemática, se tenía la *Axiomática de la Geometría* de Euclides que estaba compuesta por un grupo de proposiciones (axiomas) que engendraban lógicamente todas las otras proposiciones de este campo y suponía que esta geometría era no-contradictoria, no obstante esta respuesta no podía ser considerada más como admisible, debido a los problemas encontrados en el quinto postulado de la Geometría euclidiana. Entonces una de las soluciones afirmaba que, estos axiomas fueran verificados por la experiencia, aunque limitada, se podría pasar de lo particular a lo universal. Si bien, se puede pensar como una *inducción*, la demostración que se pretende es lógicamente incompleta, porque puede haber uno o varios hechos que contradigan la pretensión de *valor universal*. Estas consideraciones inductivas pueden mostrar que los axiomas son plausibles o verdaderos, en ciertos casos, pero no universales.

- Otro esquema es el inspirado en las coordenadas cartesianas, de manera que, los axiomas de Euclides se pueden transformar en verdades algebraicas. Así, por ejemplo, para los axiomas concernientes a la geometría plana, "punto" significaría un par de números, "recta" la relación (lineal) entre dos números expresada por una ecuación de primer grado de dos incógnitas, y así sucesivamente. Lo que quiere decir que, establecer la consistencia de los postulados de Euclides se podía mostrar por medio de la existencia de un *modelo* algebraico que la satisface. Esta demostración implica claramente que se presupone la consistencia de otro sistema, tomado como *modelo*, pero se estaba dentro de una *consistencia relativa* no absoluta. Tomando este medio y por recurrencia, la consistencia de las teorías matemáticas usuales se podía reducir a aquella de la aritmética, la cual no puede ser llevada a la consistencia de otra teoría más fundamental.

Situación que se parece al *pitagorismo antiguo*, porque la estructura matemática se basaba sobre la aritmética de los enteros naturales[127]. No obstante, esta visión que puede llamarse *teológica*, es contra la cual Hilbert presenta su programa[128].

Además, esta idea de *modelo* para que fuera adecuado, requería de un número finito de elementos, de manera que estos elementos y sus relaciones podían presentar una prueba directa y así la consistencia sería realmente segura. Sin embargo, la mayoría de sistemas que constituyen las ramas de las matemáticas no pueden ser reflejados en modelos finitos.

- La solución clave presentada por Hilbert[129], se trata de una prueba *sintáctica*, en la cual no busca que los axiomas aritméticos se correspondan simultáneamente en una cierta interpretación sino de probar directamente la no contradicción o consistencia. Por lo cual, la construcción de un *sistema de signos*, cuya aplicación se puede llamar "cálculo", en donde la formalización completa de un sistema deductivo, presupone que las expresiones que figuran en el sistema estén completamente *vacías de contenido*. Esto facilita la combinación de signos y la transformación de las expresiones, que se especifican por medio de reglas establecidas de manera precisa y se lleva a la conclusión, por *recurrencia*, en la que todos los teoremas del sistema son no contradictorios[130].

[127] Kronecker dice: "Dios ha hecho los números, y todo el resto es la obra de Dios".

[128] *Programa de Hilbert*, presentado en 1900 en el *Congreso Internacional de Matemáticas de Paris.*

[129] El objetivo del enunciado es presentado dentro de los 23 problemas en el Congreso de Paris y en el Congreso de Heidelberg en 1905 esquematiza una solución (Blanché/Dubucs 1996 364)

[130] Sin embargo, este planteamiento tiene criticas, especialmente de Poincaré que le reprocha ser portador de un *círculo vicioso,* porque aplica el principio de inducción, por ejemplo, a la teoría de números enteros naturales, que a su vez hace llamado a la intuición del número entero y éste puede hacer llamado al de número, lo que lleva al círculo vicioso, que estaba en contra, del *Programa* de Hilbert mismo.

Así, los postulados y los teoremas de un sistema enteramente formalizado son cadenas de signos desprovistos de significado y construidos según reglas combinatorias definidas por el sistema. La formalización es una tarea incontestable y permite hacer surgir la estructura de las diferentes cadenas de signos, sus conexiones y combinaciones con toda claridad, como lo haría una máquina.

Una estructura de signos vacíos de estas matemáticas formalizadas no afirma nada, es una figura abstracta, que posee una estructura determinada. Sin embargo, es posible describir las configuraciones de estos sistemas y afirmar algo de sus diversas relaciones y de ellos mismos. Se puede decir que una cadena se parece a otra cadena, que una cadena está compuesta de tres cadenas, etc. Aserciones que son significativas y transmiten información del sistema o estructura formalizada, pero estas últimas expresiones no pertenecen al sistema mismo, pertenecen a la *metamatemática*. Así por ejemplo, la expresión 2+5=7 pertenece a la aritmética y se compone de signos aritméticos elementales. Por el contrario, la expresión: "2+5=7"es una formula aritmética, afirma algo sobre la expresión en cuestión. De esta manera, la *metamatemática*, exige que se disponga de definiciones exactas de las operaciones y de las reglas lógicas utilizadas en las construcciones y deducciones matemáticas.

Con esto, Hilbert llega al corazón mismo del problema y apoya su demostración de consistencia absoluta diferenciando *cálculo formal* y *descripción de este cálculo*, estando al abrigo de cualquier duda lógica. Igualmente, Hilbert pensaba que podía llevar un cálculo matemático a una configuración geométrica de formulas donde las formulas se enlazan por un número finito de relaciones estructurales, facilitando de esta manera la determinación de la no-contradicción de las formulas de un sistema y por tanto la consistencia absoluta de éste.

Uno de los elementos importantes en el planteamiento de Hilbert es una gran mecanización de la empresa matemática, con un método general de *decisión* que permitiera, una vez las matemáticas fueran redactadas en un formalismo adecuado, determinar en un número finito de etapas si una formula dada es o no un teorema, es decir definir con una simple mirada si es demostrable o no.

- Después de las objeciones de Poincaré, en los años 20 Hilbert reconoce que la prueba de consistencia no sería absoluta en sentido estricto y que al contrario debía basarse sobre un conjunto de métodos elementales que serían admitidos sin ninguna justificación. Así, Hilbert quiere conservar a la vez la posibilidad de utilizar el infinito y controlar su uso de una manera finita, de manera que si la geometría, tomada como *real,* estaba en el dominio de las matemáticas, el infinito también debería estar, pero en este caso como *ideal*, distingue entonces, dos clases de razonamientos y de principios matemáticos: las matemáticas llamadas "reales" y las "ideales". Las *reales* hacen uso de métodos juzgados suficientemente elementales para ser admitidos sin justificación. Enunciados que se relacionan con una clase C de objetos (concretos o cadenas de cifras, conjuntos de símbolos) provista de relaciones decidibles por simple constatación, como la relación "ser más largo que" entre un grupo de palos, por ejemplo.

Las matemáticas llamadas *ideales* que recurren a métodos abstractos, necesitan de justificación y vienen a prolongar los enunciados reales.

De esta manera, Hilbert exige que una prueba de consistencia para el conjunto de la aritmética, haga uso en el metalenguaje, de matemáticas *reales* y entonces de métodos que sean suficientemente seguros y que se califican de *finitos*. Establecer la prueba de un enunciado elemental es depurarlo de cualquier elemento abstracto.

- La teoría de la demostración podía igualmente ser utilizada para el estudio de otras propiedades de los sistemas formalizados, además de la propiedad de *consistencia* como son: la *completitud*, en el sentido que cada formula puede ser representada formalmente en el sistema y por lo tanto demostrada y en este caso el sistema es sintácticamente completo o no puede ser representada y por lo tanto es rechazada y en este caso el sistema es sintácticamente incompleto; su *decidibilidad*, en el sentido que requiere un método efectivo para decidir que una formula cualquiera puede ser verdadera o falsa.

Anotaciones

Este problema de la decisión, conduce a una serie de estudios que van a producir resultados positivos "parciales" para ciertas teorías, como los de Ackermann, Bernays, Schonfinkel o Skolem pero otros resultados fueron negativos como los de Turing, Church, Post, Kleene o Gödel.

10.1.2. Gödel y los Teoremas de Incompletitud.

El optimismo impuesto a los planteamientos de Hilbert se estrecha con las demostraciones de los célebres teoremas de incompletitud de Gödel, publicados en 1931.

El primero de estos teoremas dice que todo *sistema formal consistente* que permite formalizar una cierta parte de la aritmética elemental es sintácticamente incompleto. Es decir, que existe al menos una fórmula que representa formalmente un enunciado de la aritmética tal que ni ella ni su negación no es formalmente derivable de los axiomas. Los enunciados en cuestión son entonces *indecidibles* en ese sistema.

El segundo teorema de incompletitud dice que, bajo las mismas condiciones, la consistencia del sistema no puede ser demostrada sin hacer un llamado a otros principios demostrativos que aquellos que pueden ser formalizados en el sistema mismo.

El programa de Hilbert no estaba rechazado con estos dos teoremas de incompletitud, porque una versión más amplia del programa se podía concebir, al dar una interpretación del *finitimo* que fuera menos restrictiva que aquella de Hilbert. Gödel quiere utilizar la potencia demostrativa de las matemáticas abstractas no finitistas para razonamientos sobre los sistemas formales. El finitismo le permite demostrar y enunciar, el teorema de la completitud (en sentido semántico) que hace el objeto de su tesis de habilitación en 1929[131]. Este teorema no era el resultado de una innovación técnica sino el fruto de una perspectiva filosófica apropiada. Este aportaba una precisión de ciertos conceptos como, las propiedades de la lógica de primer orden limitadas a la cuantificación de los objetos o individuos de un dominio del discurso sin poderla extender a los conjuntos de objetos o funciones y relaciones definidas sobre estos objetos. Los trabajos de Gödel sobre *la completitud semántica* clarifican este punto, porque esta propiedad, demostrada para la lógica de primer orden, no vale, en general, para los sistemas lógicos de orden superior.

Gödel hace una aclaración de los conceptos de *validez* y de *satisfacción* de una formula, concepto sobre el cual se desarrolla el enunciado del teorema de completitud. Así, una formula llena el concepto de *satisfacción* si existe al menos una estructura de interpretación del lenguaje en la cual ella es verdadera; la formula es *válida* si ella es verdadera en todas las estructuras de interpretación del lenguaje. Estos dos conceptos no son *finitos* (en definiciones como: "… existe al menos una estructura…"; "en todas las estructuras de interpretación del lenguaje"…etc.) lo que implica la consideración de una infinidad de conjuntos que pueden ser ellos mismos infinitos. En este punto, Gödel distingue los conceptos de *consistencia sintáctica*, de *completitud sintáctica* y de *derivación formal*.

[131] La carrera matemática de Gödel comienza por la tesis de habilitación: "Uber die Vollstandigkeit des Logikkalkuls" (1929), en *Collected Works*, vol. 1, Oxford U. P., 1986, p. 60-101.

El teorema de completitud semántica plantea que una formula es válida si, y solamente si, ella es formalmente *demostrable* (es decir que se puede probar por el método de derivación formal, sin presuponer otra fórmula). O, según otra definición del teorema, un conjunto de formulas puede llenar el concepto des *satisfacción* si y solamente si, es sintácticamente consistente.

Este teorema presenta la diferencia entre los *conceptos sintácticos* (derivación formal, consistencia sintáctica) y de los *conceptos semánticos* (estructuras de interpretación de un lenguaje, validez y *satisfacción* de una formula). Para la lógica de primer orden, este teorema circunscribe un conjunto de formulas definido a la vez desde un punto de vista semántico (conjunto de formulas válidas) y desde un punto de vista sintáctico (conjunto de las formulas formalmente demostrables por un cierto método de derivación formal). También el teorema de completitud sirvió de argumento a favor de una doble tesis: primero, el conjunto de las fórmulas válidas se presenta como un candidato natural para una caracterización de las *verdades lógicas*; segundo, el primer orden se presenta como un candidato natural para una delimitación del dominio de la lógica porque la propiedad de completitud semántica no vale en general, para la lógica de orden superior.

El teorema de completitud aparece generalmente como uno de los resultados centrales de las obras de introducción a la lógica matemática, en los cuales su demostración está dada después de que un cierto número de conceptos de base y de teoremas fueron expuestos. En los años 1930 ciertos lógicos rechazaron el punto de vista semántico porque tenía conceptos juzgados de poca claridad.

Anotaciones epistemológicas

Los trabajos de Gödel sobre la completitud de la semántica e incompletitud de la sintaxis, dejan ver la distinción entre la sintaxis y la semántica que se presentan como unos de los más importantes de la lógica actual. La perspectiva sintáctica conduce al estudio de las propiedades de las pruebas y los sistemas de derivación formal; la perspectiva semántica, conlleva a las estructuras de interpretación de los lenguajes, a la teoría de modelos, al concepto de enunciado verdadero en una estructura y a las estructuras de interpretación que verifican la verdad de estos enunciados. Este planteamiento muestra una gran diferencia con la propuesta de Frege en su formalización de la aritmética, que tenía un punto de vista universalista y no sobre la oposición sintaxis y semántica.

Los axiomas del sistema de Frege debían ser verdaderos, cada nueva etapa de una demostración debía preservar la verdad de las proposiciones precedentes y el sistema en su conjunto debía permitir la prueba formal de todos los teoremas de la aritmética. Al contrario, Hilbert adopta lo que se llama el "punto de vista sintáctico" y deja de lado el semántico porque iba en contra de las exigencias finitistas, esperaba construir un *sistema no interpretado*, adecuado para la aritmética y probar su consistencia y su completitud.

Al contrario los teoremas de incompletitud sintáctica plantean que los conceptos sintácticos de prueba ("… es demostrable") y de derivación formal ("… es formalmente derivable a partir de …") no podían servir de substitutos a los conceptos semánticos de verdad ("… es verdad") y de consecuencia lógica ("… es consecuencia lógica de …"). (Wagner 2011 48)

Así mismo, existen diferencias entre la concepción de la lógica presentada por Frege y la posterior de Hilbert y Gödel. Ésta última, construye sistemas formales no-interpretados especialmente concebidos para la formalización de la aritmética. En Frege, la lógica es un lenguaje universal interpretado, como una escritura conceptual del pensamiento puro en general; en Hilbert y Gödel son lenguajes de primer orden.

Frege no ve ninguna razón para separar la parte del lenguaje en la cual la cuantificación porta únicamente sobre los individuos; Hilbert y Gödel, los axiomas de la aritmética se distinguen de los axiomas lógicos que sirven para constituir el sistema formal mismo. En Frege, los enunciados de la aritmética se deducen de las verdades lógicas; en Hilbert y Gödel, la estructura de los enteros naturales se presupone y sirve para interpretar el lenguaje de la aritmética; en Frege, esta estructura debe ser construida y deducida no solamente con la ayuda de la lógica, sino dentro de la lógica misma. En Hilbert y Gödel, el lenguaje puede ser interpretado en una infinidad de dominios de individuos diferentes; en Frege, no hay sino un universo de lenguaje, el universo y el significado de los signos es invariable.

En Hilbert y Gödel, la universalidad de las formulas lógicas viene del hecho que son verdaderas en todas las interpretaciones del lenguaje; en Frege, las verdades lógicas son verdades sobre el mundo que tienen como particularidad ser verdades generales. (Wagner 2011 46-47).

10.2. Desarrollo de la Semántica.

Bajo el aspecto de la fundamentación de las matemáticas nace una necesidad nueva dentro de la tradición del lenguaje que es la semántica, entendida como la interpretación de las proposiciones de un sistema lógico formalizado, en donde una de las problemáticas es la definición del universo en el cual se interpretan las expresiones del lenguaje formal o *universo objeto del lenguaje*; este universo puede ser visto como único o como diversos universos. Así, a nivel general, el desarrollo de la *Semántica* puede ser vista desde dos perspectivas o dos tradiciones distintas: el *absolutismo*, que considera un solo universo y el *relativismo lógico* que considera varios universos (Blanché/Dubucs, 1996 357)[132].

10.2.1. Absolutismo lógico (un solo universo como lenguaje).

En este sentido, el universo al cual se relacionan o interpretan las proposiciones lógicas es el *mundo real* que incluye las entidades lógico matemáticas, es entonces único: "la totalidad de lo que es" (Russell, 1970, 202) o Wittgenstein (1993, p. 29): §1.1 "el mundo es la totalidad de los hechos, no de las cosas". Así, estos enunciados o proposiciones pueden ser verdaderos o falsos según sean verificados en ese mundo real y excluyen cualquier consideración metalingüística y metateórica en lógica. La Lógica igual que la Botánica tiene relación con el mundo real pero difiere por su carácter abstracto y general. Aquí, la lógica es tomada como *lenguaje interpretado* (sobre el mundo real), cuyos exponentes son Frege, Russell, Quine, Wittgenstein (del *Tractatus*), entre otros.

El punto de vista absolutista tiene la creencia en la *unidad* y en la *unicidad* de la lógica.

Según la *unidad de la lógica*, su sistema se considera como una totalidad orgánica[133], en cuanto a la *unicidad* de la lógica, el absolutismo sustenta que existe una sola lógica, la lógica que describe la estructura del mundo, y que no habría ningún lugar para otros sistemas rivales.

---

[132] Dubucs cita a Jan van Heijenoort, "Logic as Calculus and Logic as Language" (1967), en *Selected Essays,* Naples, Bibliopolis, 1985, p. 11-16, y *Absolutism and Relativism in Logic* (1979), loc. Cit., p. 75-83.

[133] Frege en la *Begriffscrift,* no hace ninguna clasificación particular a la lógica cuantitativa de primer orden, donde no se cualifica sino sobre los individuos, él no ve la necesidad de ir más allá de una etapa significativa para poder cuantificar igualmente sobre las *funciones o los conceptos.*

Problemática del Absolutismo

La semántica en esta *lógica magna* con su carácter absolutista, se preocupa por su función *referencial,* que es únicamente extensional, porque para ella, aprehender el *sentido* o el significado de la expresión conlleva a una sin salida, sin tener las herramientas necesarias para resolverla. De esta manera, esa función referencial es vista en los *nombres propios*

- *Naturaleza de la Referencia de Nombres propios*

La semántica absolutista gravita, entonces, alrededor del problema de la *referencia* que significa especialmente la adecuación o verificación del discurso a lo *real,* al *objeto*, en donde surge la pregunta por la verdad. De esta manera, la *interpretación* de las expresiones en esta Lógica presenta problemas de definición y por lo tanto de herramientas de lógica misma para la resolución del problema, por lo cual es necesario presentar los diferentes momentos de su construcción. Se ha visto en la antigüedad (Ver: 3. Aristóteles y la fundación de la lógica) que Aristóteles trata el concepto de *Idea* como un predicado susceptible de ser atribuido a un sujeto o a varios sujetos. Este predicado no es una substancia individual, sino que significa o sea una cualidad, una cantidad u otra categoría de ese tipo, asegurando de esta manera la legitimidad de la proposición atributiva. Esto conforma la base de la lógica aristotélica, con la reducción a dos interpretaciones que se conjugan, en *la intensiva* (calidad) y la *extensiva* (cantidad), es en ésta última que un nombre propio adquiere una referencia.

Así mismo, en la lógica de los *estoicos*, fundada por Zenón de Citium, se enfatiza el *signo* y se elabora una *teoría del signo* que distingue entre *aquello que significa* (dimensión material de la expresión o palabra), *aquello que es significado* (la idea, el sentido) y el *objeto* (a lo que se refiere o *referencia*).

Esta tripartición anticipa aquella de Frege entre signo, sentido y referencia. Para ellos, igualmente que en Frege, el *sentido* es incorporal, no material y por lo tanto su definición es problemática, por el contrario el signo y la referencia se pueden ver.

La *Lógica de Port Royal* en la obra *el Arte de Pensar* (1662)[134] tomada como el arte de razonar, en donde el significado de los términos debe ser fijado por nombres abreviados y hace la distinción entre la *comprensión* (intensión, cualidad) y la *extensión* (cantidad). La *comprensión* de la expresión son los atributos que ella contiene, así, *hombre* se puede definir en *comprensión* o *intensión,* como un animal dotado de razón, racional, según los atributos

[134] De Antoine Arnaud y Pierre Nicole, se inscribe en una perspectiva cartesiana (en el *Método*).

que se distinguen de otras especies. En *extensión* la idea se refiere a los *sujetos* que la idea interpela, así *hombre* se define como *extensión* que conformaría la *referencia*, por el conjunto de los seres humanos (Carlos, Sócrates, yo, él, …), noción que tiene su base en Aristóteles.

Frege en un artículo titulado "*Sinn und Bedeutung*" ("Sentido y Referencia" 1971 102-126), texto clásico de la filosofía de la lógica, se pregunta sobre el alcance de una expresión descriptiva y por el alcance exacto de la relación de identidad de dos expresiones. De esta manera, presenta la teoría tripartita del *signo*, que comprende el signo en su materialidad (*Zeichen*), el sentido (*Sinn*) y la referencia (*Bedeutung*). La *Referencia*, es el objeto mismo; el *sentido* es el modo como se *da* la referencia, es decir la manera como se hace referencia al objeto. Este análisis permite explicar la diferencia entre las identidades , que no tiene valor como conocimiento mismo y que aporta una información. Si *a* y *b* son diferentes, ¿cómo se puede decir que son iguales, y cómo su igualdad (identidad) puede ser informativa? La respuesta reside en el doble hecho:

a- la igualdad reside en la identidad de la referencia (*a y b* reenvían al mismo objeto de referencia) y

b- el valor informativo reposa sobre la diferencia del significado. La expresión "estrella de la mañana" no significa de la misma manera que la expresión "estrella de noche", la una reenvía al hecho que se ve una estrella, en la mañana y la otra reenvía a la noche. Inclusive si las dos expresiones designan o denotan el planeta Venus, ellas no reenvían de la misma manera, son dos formas de mostrar la referencia. Igualmente, en expresiones como: "$3^2 = 9$", "$5 + 4 = 9$", "$11-2 =9$" se muestra que no refieren de la misma manera al objeto "9" y de ahí su valor informativo, la relación de identidad no es entonces una simple relación entre los referentes.

Igualmente, se ha visto que este análisis del signo se extiende a la proposición misma. El sentido de una proposición es un *pensamiento* (*Gedanke)* y su *referencia* al formalizarse, es un valor de verdad (verdadero o falso). El sentido y la referencia de una *proposición compleja* se establecen en función de los sentidos y referencias de sus componentes, es decir que respetan el principio de *composicionalidad*.

Anotaciones Epistemológicas

En consecuencia, dos de las ramas de la alternativa abierta desde el punto de vista estrictamente de la relación de identidad (signo y referencia) conducen a una sin salida. Es sobre este punto que Frege introduce la tercera entidad que él llama *Sinn* (sentido); la relación de identidad, concierne entonces también el *sentido* de los signos, reduciendo las diferencias de significado vehiculizadas por las expresiones que designan un referido único. Hace igualmente la diferencia entre el sentido de los nombres propios o descripciones definidas y de la proposición en su totalidad.

De su lado, la concepción de *Russell*[135], de los años 1905 (*On denoting* in *Mind*) a 1940 (*An inquiry into Meaning and Truth*) está enfocada en la *Referencia* y se propone disminuir los símbolos *falsos simples*, es decir los nombres propios aparentes o expresiones seudo-referenciales, los cuales pueden ser tratados como *símbolos incompletos*. Así, por ejemplo "Pegaso" se le debe substituir por "uno y uno solo que es caballo alado". Esto, porque para Russell, el verdadero *nombre propio* postula la existencia de su referido. Conocer el significado de un nombre propio, es conocer su portador y asegurarse de la existencia de éste. Entonces, el *nombre propio auténtico* se refiere directamente a un objeto efectivamente existente y que se puede conocer inmediatamente. Sin embargo, el signo que es automáticamente referencial, es muy raro y especial, en estos casos.

Es claro que los nombres comunes e inclusive los nombres propios no funcionan ordinariamente según estos criterios tan estrictos y Russell llega a no retener más que los signos que funcionan necesariamente de manera *directa* y *ostensiva*, es decir solamente en presencia de aquel que lo porta. Estos signos son los ”circunstanciales egocéntricos", como: yo, aquello, este, aquí, ahora, … "*esto* no funciona" no tiene sentido sino utilizado efectivamente en presencia de la cosa que el designa. "Esto" se vuelve el modelo del verdadero signo referencial, el solo nombre propio auténtico (los demás pueden referirse a él, por ejemplo "yo" puede volverse "este que habla").

Anotaciones Epistemológicas

"Esto" como el símbolo simple referencial auténtico es la consecuencia lógica de una problemática del significado entendida como pura y empíricamente referencial, conducida radicalmente. Esta conclusión es evidentemente paradójica, porque derivar del símbolo "esto", una combinatoria semántica capaz de dar cuenta

[135] *Bertrand Russell*, es el lógico y filósofo ingles, célebre por presentar dos de las teorías las mas importantes de la filosofía lógica contemporánea: La teoría de Tipos y la Teoria de Descripciones Definidas. La importancia de esta ultima es tal que se ha dicho que la historia de la filosofía anglosajona en el siglo XX podría ser desarrollada enteramente en función de las diversas actitudes adoptadas en vista de esta teoría

del discurso, con toda su riqueza, su diversidad y su creatividad, es un mito de la referencia pura.

"Esto" es también el término más universal que sea, es decir el menos singular pero el más alejado de lo que se espera de un nombre propio. "Esto" no está rígidamente agarrado a ninguna referencia, pero es bien la expresión del acto de referenciar y de establecer una relación referencial.

- *La Naturaleza del Sentido de Nombres Propios*

Se ha visto que la pregunta sobre la *Referencia* nos conduce a la pregunta del *sentido* en todos los momentos del desarrollo del concepto de Referencia. Así, la problemática sobre el *sentido* relativa a los nombres propios ("Venus") y de las descripciones definidas ("Estrella de la mañana"), es crucial y universal porque corresponde a la naturaleza misma del *sentido*. Al presentarla desde lo negativo porque el sentido es aquello que la lógica clásica no puede dar cuenta, es lo que hace el núcleo del problema. El *sentido* es de cierta manera, lo otro de la referencia (bien que tenga relación con la referencia), y como tal, el sentido no puede ser definido en términos referenciales, es decir como objeto.

Ya en Frege, el estatuto del *sentido* se revela radicalmente problemático, primero, porque él lo introduce como respuesta a un problema insoluble en términos extensionales, pero fracasa al definirlo de una manera rigurosa. No se trata de una debilidad del análisis fregeano, sino de una dificultad irreductible: si se puede definir estrictamente la naturaleza del sentido, se reduciría a la referencia. Frege procede, entonces negativamente y por analogía, indirectamente:

- el sentido no es ni el referido ni el referente
- es la manera como el referido se da, es su modo de presentación.

Anotaciones

Frege no rompe con el primado referencial, para él el funcionamiento normal y la vocación del lenguaje es referencial; todo nombre propio debe tener un referido y en una lengua perfecta (*Begriffsschrift)* no debe haber expresión propiamente nominal que no presuponga un referido. Si es verdad que en ciertos contextos el lenguaje puede funcionar de manera no referencial, estas curiosidades no son realmente interesantes para Frege.

La subordinación del sentido a la referencia se manifiesta en el hecho que el sentido esta dado en función del referido. El sentido es un modo, una perspectiva, un aspecto, una aclaración parcial del referido correspondiente. Un conocimiento integral de los referidos suprimiría el interés del sentido; la sinonimia (identidad) debe servir para reducir el juego del sentido en función de la referencia.

Para Frege, no hay valorización del *sentido* en sí mismo, su introducción está ligada a la solución de problemas debidos a imperfecciones o abusos del lenguaje, por el contrario la noción de *referencia* es además esencialmente una categoría lógico-lingüística y no metafísica ni científica.

Contrariamente, Quine[136] rompe con el reduccionismo a la referencia, característico de la lógica de Frege que, a pesar de los problemas citados, no cesa de soñar con una reabsorción de cualquier fenómeno del *sentido* en el ideal de la *referencia*. Al contrario, Quine va a distinguir en la semántica dos partes irreductibles e igualmente importantes: la teoría de la *referencia* y la teoría de la *significancia*.

La primera trata de preguntas tales como la verdad, la nominación, la denotación, la extensión, el valor de variable, la crítica de las expresiones seudo-referenciales, las paradojas russellianas, los contextos de suspensión referencial.

La segunda aborda las preguntas tales como la naturaleza de la *significancia* (“significante”, tener significancia”), la identidad de la significancia (que puede ser *sinonimia*), la analicidad (ser verdadero en virtud del sentido), la implicación (encadenamiento necesario en virtud del sentido).

Una de las lecciones mayores de Quine es el reconocimiento de la imposibilidad general de separar perfectamente las preguntas de hecho y las de lenguaje, las preguntas de lógica y las científicas, la distinción importante que opera entre referencia y significancia no debe hacer perder de vista que si bien son diferentes, estas dos dimensiones del sentido son también indisociablemente ligadas. Al tratar una, no se puede ignorar la otra. Pero hay irreductibilidad: “el hecho que una expresión lingüística dada tenga un sentido (*meaningful*) es un hecho ultimo e irreductible” (Quine).

[136] W.VO Quine, es uno de los grandes filósofos logicistas americanos del siglo xx. Autor de varias obras técnicas de logic, se conoce sobretodo los ensayos recogidos en *From a logicall point of view (1953) y Word and Object (1960) (Le mot et la chose,* Flammarion). Su pensamiento se sitúa en el prolongamiento critico de los grandes empiristas lógicos de la primera mitad del siglo XX.

- *Sentido y Referencia de la Proposición*

La pregunta de la Referencia y del Sentido en el caso de los Nombres Propios se puede hacer extensiva a la proposición. Es cierto, que así como muchos nombres dotados de sentido no tienen referencia u objeto real (*Pegaso,* por ejemplo), sería lo mismo para enunciados o proposiciones donde tales nombres figuran como argumentos. Para Frege, el *sentido* de la proposición es el *pensamiento* que ella expresa y su referencia es el valor de verdad (verdadero o falso), es decir que la situación extralingüística que se describe sea real o no y el enunciado proposicional puede ser él mismo tomado como un *nombre.* Así, todos los enunciados o proposiciones verdaderas con la diversidad de sus *sentidos*, son entonces múltiples maneras de nominar lo verdadero.

El primer Wittgenstein (*Tractatus Logicus Philosophicus)* plantea que solo los *nombres* tienen una referencia (y no sentido) y solo las proposiciones tienen un sentido (y no referencia). Para Frege, los unos como los otros tienen normalmente un sentido y una referencia. El punto de vista de Wittgenstein es radicalmente extensional, la definición de *sentido* está en la tabla de verdad.

10.2.2. Relativismo lógico (lógica como cálculo).

Aquí, el universo objeto del lenguaje no es uno solo, son múltiples universos. Esta tradición comienza hacia 1910 y continúa con la *teoría de modelos* contemporánea[137] y el desarrollo de las *lógicas no-clásicas*. Según esta tradición, lo propio de todo lenguaje, comprendido el de la lógica, es el de poder ser interpretado de manera variada en diferentes universos de lenguaje y en diferentes modalidades y valores. Así mismo, es necesario reflexionar sobre ese lenguaje, en sus aspectos teóricos y en los razonamientos de la variabilidad de sus interpretaciones, desde el exterior de este lenguaje. Por ejemplo, el enunciado $A \land B$ es verdadero en una *interpretación I si y solamente si A y* B son verdaderos los dos. De manera más general, el valor semántico de un enunciado complejo (x_1 , …, x_n) en una interpretación dada es una *función* determinada *f* del valor semántico de sus constituyentes x_1 , …, x_n en esa interpretación.

En este caso, la lógica se toma como un *lenguaje no-interpretado,* es decir como un *cálculo*, representado en los trabajos desde Boole, hasta

137 Hintikka, Jaako: *On the development of the Model-Theoretic Viewpoint in Logical Theory.* Synthèse, vol. 77 (1988), p. 1-36; traduction française dans *Fondements d'une théorie du langage,* Paris, PUF, 1994, p. 209-251.

Skolem e Hintikka, cuyas fórmulas no son verdaderas absolutamente, sino son colecciones de formulas verdaderas relativas a un universo o modelo. Esta manera de concebir la interpretación y por lo tanto la *semántica*, relacionando el lenguaje a universos variables del discurso, se apoya sobre otra corriente que es el de las matemáticas mismas, que aunque menos explícitas, aportan las herramientas necesarias para su desarrollo. En este sentido, por ejemplo, uno de los problemas resueltos, en el siglo XIX, fue la independencia del *Quinto Postulado de Euclides* del sistema integral de Euclides. El problema trataba de determinar si este *Postulado* podía o no ser demostrado con la ayuda de otros axiomas del sistema de la geometría de Euclides y no de saber si este postulado era absolutamente *verdadero*, lo cual planteaba otro problema que sería típicamente *metateórico*. Para obtener la respuesta negativa a la que se llegó, debieron abandonar el punto de vista interno de la deducción a partir de los axiomas mismos del sistema y adoptar una perspectiva externa, tomando el lenguaje de la geometría, él mismo como universo objeto.

En este desarrollo, se había llegado paulatinamente a diferenciar los *procesos de inferencia*, de las representaciones, que habían sido sustraídas de contenido y relacionadas, a su vez, a los términos geométricos. De esta manera, si el postulado de Euclides podía ser deducido de los axiomas de la Geometría Γ, ese hecho no debía depender de la interpretación asociada en otro universo: el postulado debía ser verdadero en todos los modelos de Γ. Al contrario, establecer la independencia del postulado de Euclides, requería definir una interpretación del lenguaje en el cual los axiomas de Γ fueran verdaderos pero que de los cuales el postulado no puede ser deducido y por lo tanto su valor es "falso". (Blanché/Dubucs 1996 359).

Anotaciones

Se ve la diferencia del planteamiento del *relativismo* semántico con la perspectiva tradicional del *absolutismo,* la de Euclides y la de Frege: un solo universo como objetivo del lenguaje y como resultante el lenguaje interpretado. Este se enfoca a una interpretación única y busca fijar su identidad por un conjunto de definiciones preliminares, los axiomas son, entre los enunciados verdaderos en esta interpretación absoluta, aquellos cuya formulación es la más simple y la evidencia la más convincente. Estas definiciones iniciales garantizan lo que Frege, pretendía que fuera respetado como el requisito de delimitación: un concepto

> debe ser definido de tal manera que sea posible, según un objeto dado, determinar si cae o no en el concepto considerado[138].
>
> Pero para realizar este objetivo, estas definiciones deberían ser enunciadas desde el exterior del lenguaje mismo, es decir tomar el mismo lenguaje por objeto diciendo de él, en otro lenguaje, a qué términos se refiere.

Frege sabía que la comprensión de las expresiones primitivas del lenguaje de la geometría, por ejemplo, no eran generalmente *dicibles*, es decir que éstas podían producirse sin ser acompañadas de un *sentido* claro, y proponía tomar las definiciones preliminares encargadas de suscitar esta comprensión no como auténticas definiciones, sino como simples explicaciones[139].

Esta *aporía* interna en el "absolutismo" semántico, resumida en la pregunta: ¿cómo decir la referencia absoluta de los términos del lenguaje, qué es lo que se puede hacer y qué es lo que no se puede hacer, sin salir del lenguaje mismo? es la que va a ser resuelta entonces por los matemáticos geómetras.

Con este nuevo planteamiento, los elementos del lenguaje (excluyendo los símbolos lógicos mismos) tendrán una referencia variable, el conjunto de las definiciones preliminares (por ejemplo: "el punto es aquello que no tiene partes"…, etc), que no tenían ningún contenido operatorio, es abandonado y se consideran los axiomas por sí mismos como un tipo de definiciones implícitas, que fijan las reglas sobre las cuales los términos primitivos pueden ser interpretados de manera variable.

De esta manera, con esa solución, se renuncia a definir conceptos fundamentales de la manera *fregeana*, es decir indicando lo que designaban en un solo universo, así términos como "punto", "recta" designan simplemente objetos diferentes en las diversas interpretaciones del lenguaje de la geometría.

Holismo Semántico

Igualmente, en esta concepción *relativista* de la interpretación, una de las corrientes que surge es la del *holismo semántico*, en donde el significado de

---

138 Frege, Gottolb : *Grundgesetze der Aritmetik,* vol. II (1903), reimpresion Hildesheim, Georg Olms Verlag, 1966, parágrafo 56, p. 69

139 La concepción de Frege sobre este punto se explica notablemente en su correspondencia de principio de siglo con Hilbert (Gottlob Frege, *Wissenschaftlicher Briefwechsel*, Hambourg, Felix Meiner Verlag, 1976, p. 55-80; trad. Française dans Fr. Rivenc et Ph. De Rouilhan, dir., *Logique et fondements des mathématiques. Anthologie [1850-1914],* Paris, Payot, 1992, p. 215-235.

cada uno de estos términos no puede ser caracterizado de manera aislada y depende al contrario de aquella que es asignada a otros términos de la teoría, de manera que es la totalidad del conjunto de términos que se define de una vez.

La solución lógica presentada es de una relevancia capital para los campos de la lógica y matemática, es una de las fuentes del "estructuralismo matemático" en *Bourbaki*[140] , según el cual las matemáticas están concernidas por estructuras abstractas cuyos elementos no pueden ser identificados sino de manera relacional. por ejemplo, "el número 4", puede ser considerado como un objeto que ocupa un cierto lugar determinado en una lista infinita que tiene un ítem inicial y está dotado de una relación de sucesión y no por los conjuntos de objetos particulares dotados de propiedades intrínsecas.

De esta manera, un objeto que *satisface* el predicado no equivale a encontrar en un solo universo mundo real, por medio de la identificación de las características observables que pudiera de manera segura reconocerlo, sino por medio de la afirmación siguiente:

- existe una estructura que realiza la teoría Φ, es decir un sistema de entidades que se encuentran ligadas tanto las unas a las otras como a las entidades observables de manera indicada en la teoría Φ.

- el objeto en cuestión pertenece a esta parte del dominio de la estructura considerada que realiza justamente el predicado p_i[141]

Teoría de Modelos

Igualmente, la expansión del *relativismo semántico* está ligada a los resultados obtenidos por el desarrollo de la *teoría de modelos* llevados a cabo, primordialmente por Löwenheim y Skolem. Estos trabajos van a quitarle la relevancia a la lógica de primer orden como fragmento privilegiado de la lógica y como marco canónico en el cual se debía efectuar la formalización de las matemáticas.

140 *Bourbaki, Nicolas*: *L'Architecture des mathématiques,* dans François Le Lyonnais, dir., *Les grands courants de la pensée mathématique*, Paris, Blanchard, 1971 (seconde édition), p. 35-47.

141 La misma clase de *Semántica Holista* será utilizada por Lewis, en la cual muestra una definición funcional del vocabulario de la psicología, en la cual los estados psíquicos se verán caracterizados por la indicación de sus relaciones recíprocas y de sus relaciones a las estimulaciones sensoriales y a los comportamientos experimentados. David Lewis: *Psychological and Theoretical Identifications*, en Ned Block, dir., *Readings in Philosophy of Psychology,* Cambridge, Harvard U.P., 1980, vol. I, p. 207-215.

De esta manera, el lógico alemán Löwenheim (1878-1940) es el primero, en un artículo de 1915[142], que estudia la lógica de primer orden y establece un resultado que no se aplica sino a ella. El se interesa a la cuestión de saber cuáles enunciados son *satisfechos* o no en una estructura dada y no a los enunciados absolutamente verdaderos o a los medios o herramientas para probarlos, como tradicionalmente se realizaba. El resultado al cual él llega es: que si un enunciado puede ser satisfecho, es entonces dentro de una estructura enumerable (es decir que posee el mismo número de elementos que el conjunto de enteros naturales). La prueba de Löwenheim es simplificada y corregida por el noruego Skolem (1887-1963) que generaliza el resultado a los conjuntos enumerables de enunciados. Al aplicarse a los axiomas de la teoría Zermelo-Fraenkel de conjuntos, este último resultado posee una consecuencia: la paradoja de Skolem. Así, si esta teoría es coherente, posee un modelo enumerable, pero al mismo tiempo se puede probar la existencia de conjuntos infinitos *no enumerables*. Skolem sustenta que este fenómeno confirma el *relativismo* de las nociones de conjuntos: no se puede simplemente decir que un dominio D es no-enumerable, en el *universo del mundo real*, si no por referencia a un cierto *modelo,* que contiene D.

El sentido mismo de las nociones matemáticas varia de un modelo a otro, lo que significa que no es posible definir estas nociones de manera absoluta; los sistemas de axiomas redactados para un modelo no pueden llegar a caracterizar de manera categórica, todo el resto de modelos, es decir sustentar un isomorfismo cercano[143]. Este relativismo semántico se extendió hasta las matemáticas mismas.

Lógicas no-clásicas

Dentro de ese *relativismo* semántico, las lógicas no-clásicas apuntan a complementar o a extender las interpretaciones de nuevas modalidades, formas o valores más precisos y sutiles que aquellos relativos a la lógica clásica. Inclusive si el interés por estas lógicas tiene su génesis en las modalidades propuestas por Aristóteles, desarrolladas luego en el Medio Evo, tienen un interés y una actualidad muy importante en los lógicos creadores de estas lógicas no-clásicas, como las lógicas plurivalentes de

[142] Löwenheim, Leopold : *Uber Moglichkeiten im Relativkalkul*, Mathematische Annalen, vol. 76, 1915, p. 447-470. Traduction française en Jean Largeault, *Logique Mathématique.* Textes, Paris, Armand Colin, 1972, p. 111-138.

[143] Este fenómeno no concierne sino los sistemas de axiomas escritos en el lenguaje de la lógica de primer orden, esta lógica había, en la época, adquirido el estatuto de lógica por excelencia.

Lukasiewicz y presentan así tentativas diversas tanto en la llamada *Lógica Modal* como en las *Lógicas Plurivalentes*.

10.3. DESARROLLO DE LA TEORIA DE LA CALCULABILIDAD.

En el período que tiene lugar hacia los años 1930-40, se ve un gran desarrollo de la lógica matemática, aparte de los desarrollos expuestos (teoría de la demostración, semántica) se presenta también la emergencia de la teoría de la calculabilidad. Así mismo en todos estos dominios, se obtienen resultados técnicos profundos que tienden a imponerse en la sociedad científica como disciplina caracterizada por su rigor intelectual[144].

Se ha visto que, Hilbert en su Programa había presentado la condición para un sistema formalizado el de su *decidibilidad,* cuyo nombre en alemán es *Entscheidungsproblem (problema de la decisión)*, tomado en el sentido de la pregunta: ¿si existe un *método mecánico* que permita determinar que una formula del cálculo de predicados sea universalmente válida?[145]. En ese momento, se podía imaginar la posibilidad de una solución afirmativa para un sistema formalizado adecuado para la aritmética que fuera sintácticamente completo[146]. Sin embargo, Gödel en 1931, en su primer teorema de incompletitud establece que no se puede resolver positivamente el problema de la decisión para la teoría de números. Para probar, de un lado, la no existencia de un "método mecánico" que permitiera resolver el problema de la decisión, era necesario disponer de una definición precisa del *concepto de método mecánico*[147]; de otro lado, si los teoremas

[144] Una de las características de este periodo es el desplazamiento del centro de gravedad geográfico de la lógica. Gotinga (Alemania) había sido su sede, porque Hilbert había sabido reagrupar numerosos investigadores para el desarrollo de su Programa, sin embargo Gotinga pierde su fuerza debido a la subida del nazismo y es suplantada por Princeton y su *Institute for Advanced Study* y lógicos de primer plano, como Tarski, von Neumann, Gödel o Carnap, entre otros, emigran a los Estados Unidos. La lógica cambia, igualmente, de lengua de comunicación científica y del alemán pasa al inglés.

[145] L'Enstscheidungsproblem fue planteado por Hilbert y Ackermann en los : *Grundzuge de Theoretischen Logik*, en 1928. (Wagner 1998 22).

[146] La respuesta afirmativa que espera Hilbert sobre el *Entscheidungsproblem* o Problema de la Decisión está basada en un lineamiento epistemológico que es el de *la solución de todo problema matemático*, el cual debe tener una forma tal que sea siempre posible resolverlo. Para él, no había "*ignorabimus en Matemática*", de ahí la importancia dada a la búsqueda de solución para el problema de la decisión, como parte de su filosofía matemática (Lassègue, 1998, p. 61-62).

[147] El sistema formal debería determinar por *medios mecánicos*, si una cadena de signos cualquiera pertenecen al conjunto de formulas del sistema, si una formula pertenece al conjunto de los axiomas y si una cadena de formulas es resultado de una derivación formal.

de incompletitud se aplicaban únicamente a los sistemas emparentados con los *Principia Mathematica* (Russell) y con el fin de probar que estos teoremas fueran válidos universalmente, se debía disponer de un concepto de sistema formal que fuera lo más general posible.

En los teoremas de incompletitud, Gödel había utilizado un procedimiento de aritmetización que permitía codificar las formulas y las demostraciones de un sistema *P* por *enteros naturales*, así que en sus demostraciones: « una formula es una cadena de números naturales y una demostración es una cadena finita de cadenas finitas de números naturales»[148].

Explícitamente, presenta una descripción de un cálculo formalizado al interior del cual pueden ser expresadas las relaciones aritméticas corrientes. De esta manera, las formulas del cálculo (cadena de signos) elaboradas por un conjunto de signos elementales y según una demostración (cadena finita de formulas) son completamente codificadas por un número: el "Número de Gödel" distinguiendo el signo elemental[149], la formula y la demostración, lo que permitía establecer un método con el fin de "aritmetizar" el cálculo formal, permitiendo una correspondencia biunívoca entre las expresiones del cálculo y un subconjunto de enteros. Así, si una expresión es dada, el número de Gödel correspondiente puede ser calculado y viceversa. Este método puede ser realizado mecánicamente por una máquina, definiendo claramente su estructura y su composición.

La etapa siguiente del método consiste en demostrar que todas las aserciones «metamatemáticas» (explicaciones y propiedades de las expresiones o proposiciones, entre otros) se pueden referir al cálculo mismo, con el fin que éstas puedan ser igualmente aritmetizadas. El uso de una codificación por medio de enteros naturales se generaliza como una definición del concepto de *procedimiento efectivo* o *mecánico.*

148 Si Gödel tenía como objetivo responder al Programa de Hilbert, que se proponía (entre otros) la voluntad de traducir la aritmética por la lógica, es decir transformar los números por formulas, con esta propuesta, él acababa, en cierta medida, con el Programa de Hilbert porque Gödel desarrolla su contrario: codificó las formulas por los números enteros.

149 Así, por ejemplo para la asignación del *Número de Gödel* a las constantes, tenemos:

Constantes	*Número de Gödel*	*Significado*
-	1	No
V	2	O
⊃	3	Si..., entonces
Э	4	Existe
=	5	Igual
S	6	Sucesor

Sin embargo, para que este procedimiento fuera posible, era necesario definir una caracterización de *funciones numéricas calculables*, es decir de funciones de enteros cuyos valores podían ser calculados de manera efectiva. El problema de la decisión se traslada entonces al problema siguiente: teniendo una codificación tipo *gödeliana* de las formulas de un lenguaje para el cálculo de predicados, ¿existe una función calculable que a cada entero *n* asocia *0* si *n* es el número de Gödel de una formula valida y 1 en el caso contrario? De esta manera, una función numérica *f* es calculable si existe un procedimiento efectivo o algoritmo que permite calcular para cada entero *n*. Un algoritmo para la función *f* es un método general que describe de manera perfectamente determinada cada una de las operaciones elementales sucesivas que conviene efectuar con el fin de calcular *f(n)* para un entero natural *n* cualquiera.

Anotaciones Epistemológicas

El Programa de Hilbert pedía definir las herramientas matemáticas como *objetos* como parte de la resolución del *Problema de la decisión*, es decir caracterizar claramente la noción de cálculo en sí misma y sus relaciones con la noción de *función* y de procedimiento efectivo.

La noción de *cálculo*, en el siglo XVIII, se asocia a la de *función* que, en parte, se consideraba como un *procedimiento de cálculo*, en el que a un valor numérico de *x*, correspondía, por una transformación efectuada por la función *f,* un valor *f(x).* En el siglo XIX, se aclara la noción como una correspondencia entre un conjunto de partida y un conjunto de llegada, pero no se describen los medios para realizar la correspondencia. De manera que, el límite de esta función era *indefinido* porque dependía de un procedimiento efectivo de cálculo que produjera la función, lo que no permitía su definición formal.

De esta manera, la noción de procedimiento efectivo, puede asemejarse, en el siglo XX, a aquella de *algoritmo* que es una noción técnica, pero no totalmente formalizada (no regulada por las normas de una *Axiomática Formal*). *Algoritmo*, presentado como una lista de instrucciones que se deben seguir para llegar a un resultado, después de un número finito de pasos; procedimiento general que responde a preguntas como: ¿si un número cualquiera pertenece a la clase de números enteros? El número de casos para investigar debe ser finito, porque en su opuesto, este número de casos sería interminable y entonces el procedimiento o algoritmo no tendría fin.

Así mismo, para definir formalmente el contenido formal de la *función calculable*, cuyo comportamiento depende de un procedimiento efectivo o algorítmico, se necesitaba entender la noción de *calculable* como el resultado de una operación que conduce a la determinación exacta de un número. Desde la antigüedad griega, el concepto de *calculable* se ha ido refinando y se ven tres casos:

o *calculable intuitivo*, encontrar, luego de una operación que comprende un número finito de etapas, un resultado exacto. Por ejemplo: "5 + 5"o √9, cuyo cálculo lleva a un resultado exacto después de la realización de la operación planteada.

o *calculable aproximado,* encontrar, después de una operación que comprende un número finito de etapas, un resultado aproximado a un grado cualquiera de aproximación que se ha decidido con anterioridad. Por ejemplo, se puede calcular la expansión decimal de √2, que es infinita, aproximándola a seis cifras.

o *incalculable*, en el cual no se tienen los medios para calcular un resultado exacto, después de una operación de un número de etapas finitas, o después de la aplicación de reglas de aproximación del resultado.

Para los dos primeros casos, en caso de teoría de conjuntos, se puede decir que, una función se llama *calculable* si su valor para cada número calculable en el conjunto de partida, es un número calculable. Por ejemplo, en la función √x definida sobre el conjunto de los números reales, encontrar que a todo x en el conjunto de los números naturales le corresponda la raíz √x, descrita a cualquier nivel de aproximación decidido con anterioridad, es entonces una *función calculable.* Y esto porque siempre es posible exhibir el resultado único de la puesta en correspondencia entre x y √x (Pradilla 2014 108-111)

En el curso de los años 1930, muchos lógicos imaginaron formalismos por los cuales se proponían la caracterización precisa del concepto de *función calculable*, que demostrara o rechazara la *decidibilidad* de un sistema formalizado. Esta investigación se desarrolla en el mismo período en varios espacios, así:

- En Princeton, donde los americanos Church, Kleene y Rosser, informados por von Newmann de los resultados obtenidos en Europa, se proponen desde 1932, estudiar las funciones λ-*definidas.* Estas funciones tienen por origen los trabajos de Church que pretendían representar las matemáticas en un nuevo formalismo, el λ-*calcul* , en el cual la noción de aplicación de una función a su argumento juega un papel central (los dos operadores de este cálculo son la "abstracción", que convierte una expresión a variables libres en una expresión que relaciona una función y su aplicación, por ejemplo:

"$\lambda x.x^3$" designa la función *cubo,* y la aplicación "$\lambda x.x^3(2)$" designa el entero *8.* Las funciones definidas en este cálculo forman una clase que podría ser lo suficientemente rica para contener todas las funciones calculables (en sentido intuitivo).

- En Viena, Gödel (1989) en aras de encontrar una caracterización rigurosa de la noción de efectividad, en su artículo de 1931 sobre la incompletitud de la aritmética, define los conceptos de *función* y de relación *recursivas* y afirma que *toda relación recursiva es aritmética.* Estas funciones (ϕ) definidas sobre *n-upletas* de enteros naturales, toman sus valores en el conjunto de los enteros naturales (ψ, μ). Una función ϕ será recursiva si existe una cadena finita de funciones $\phi_1, \phi_2, \ldots, \phi_n$ que se termina por ϕ, tal que toda función de la cadena es, sea la función sucesor $x + 1$, sea una función constante $f(x_1, \ldots, x_n) = c$, sea una función de identidad $U^n_j(x_1, \ldots, x_n) = x_j$, sea compuesta a partir de funciones precedentes. Una relación R será recursiva si la función que la representa es recursiva. En 1934, extiende el concepto de *función recursiva* a *función recursiva general* basada en una doble recursión[150].

Los dos estudios de Princeton y Viena convergen, en el sentido que las dos clases de funciones λ-*definidas* y *recursivas generales* se presentan como equivalentes.

Church en 1935 define un concepto de función recursiva que corresponde a la idea intuitiva en la que un *algoritmo* permite calcular una función que es referida por un conjunto de ecuaciones de un tipo definido.

Kleene en Princeton en 1936, muestra las equivalencias de las *funciones recursivas* a funciones recursivas y funciones recursivas generales.

En el mismo periodo, en Cambridge, el inglés Alan Turing aborda la pregunta de una manera diferente, más concreta: un procedimiento

[150] Esta doble recursión fue sugerida por el francés Herbrand y aparece ya en los trabajos de Ackerman hacia 1920 y la función en su con junto fue presentada por Hilbert, en una conferencia sobre el infinito en 1925. (Pradilla 2008 134).

mecánico debería ser realizado por una *máquina*. El comienza por analizar cómo un ser humano realiza un cálculo, de donde produce el modelo, de un dispositivo dotado de un número finito de “estados internos” que operan sobre una banda potencialmente infinita constituida de casillas que pueden ser vacías o llenas, lo que se llama la “máquina de Turing”. Así, todo algoritmo puede ser realizado sobre una máquina de Turing, de manera que las funciones calculables realizadas por máquinas de Turing se revelan equivalentes a las funciones λ-*definidas,* que es exactamente el conjunto de las funciones recursivas (de Herbrand y Gödel).

Esta convergencia y equivalencia de investigaciones, cuyos desarrollos conducen a una noción en principio intuitiva de función calculable a una tesis formalizada trae importantes consecuencias para la lógica y la ciencia:

- El problema de la decisión recibe una solución negativa porque la pregunta de la verdad de los enunciados matemáticos no podía ser resuelto por un procedimiento general de cálculo. De esta manera, no existe ninguna función recursiva y si se acepta la tesis de Church, ninguna función calculable dentro del conjunto de los enteros naturales en {0, 1} que a *n* asocia *0* si *n* es el número de Gödel de una formula valida y 1 en el caso contrario; es decir que la solución del problema de decisión es *negativa*. Este *teorema de la indecidibilidad* fue demostrada por Church en 1936 y por Turing, de manera independiente, el mismo año. El problema de la validez de una formula es, sin embargo, decidible en el caso particular del cálculo de predicados monádicos, es decir cuando el lenguaje no comporta ningún símbolo de relación a dos argumentos o más. Además, ciertas teorías matemáticas son decidibles.
- Tales resultados están a la base y conducen a la definición de nuevos conceptos en *teoría de la calculabilidad* como aquel de recursivamente enumerable. Un subconjunto E del conjunto de enteros naturales es recursivamente enumerable o semi-decidible si existe un algoritmo que enumere los elementos de E o si existe una función calculable parcial cuyo dominio de definición es exactamente E.
- La caracterización del conjunto de las funciones calculables por las máquinas de Turing, los términos del λ-*calcul* o por los otros formalismos, son herramientas conceptuales matemáticamente definidas que sirvieron para resolver problemas de lógica, el problema de la decisión, pero que, al mismo tiempo, pueden ser interpretados como programas informáticos. Igualmente, aportan una clarificación conceptual importante y hace un puente entre la lógica y la informática, porque la teoría de la calculabilidad puede ser concebida como una

teoría de las capacidades de las calculadoras universales programables (computadores), que se comienzan a construir en los años 1940.

Las relaciones estrechas que se tejieron sobretodo en el curso de las últimas décadas entre *lógica* e *informática*, se ven en el isomorfismo de Curry-Howard que establece la relación entre las pruebas y los programas, las formulas y los tipos de datos, la normalización de las pruebas y el desarrollo de un programa que efectúa un cálculo. Bien que la importancia de esta correspondencia no comenzó a ser comprendida sino a finales de los años 1960, sus orígenes remontan a las preguntas relevadas por el programa de Hilbert, a los trabajos de Gentzen sobre la consistencia de la aritmética y a la concepción intuicionista de las matemáticas defendidas por Brower (Wagner 2011 90-94).

10.4. Desarrollos despues de la calculabilidad.

Muchos lógicos conscientes de los límites del formalismo y sus características, lo mismo que los requerimientos de los fundamentos de las matemáticas, que muchos tildaban de reduccionista (Girard 1989 145-171), se han dado a la tarea de ampliar el campo de la lógica que toma nuevas direcciones, tales como:

- El estudio de las lenguas naturales, sus estructuras sintácticas y semánticas
- La Informática, la Inteligencia Artificial y la Robótica
- La Información, su evaluación, tratamiento y sus intercambios
- La Teoría de Juegos
- La Lógica del Conocimiento y Razonamiento
- Las Ciencias Cognitivas

Sin embargo, en estas aplicaciones, todavía no se ve claramente si la lógica debe ser considerada como un método general cuyo campo va mas allá de las matemáticas o como una disciplina cuyo objeto no está solamente en la prueba formal o el fundamento del conocimiento en general sino sobre los fenómenos que hacen posible sus aplicaciones como el aprendizaje, las creencias, las pruebas, es decir la dinámica de la lógica y que se ha vuelto un objeto de estudio de la lógica misma, como la lógica dialógica, la semántica de juegos o la lógica dinámica (Wagner 2011 122-124).

Otros lógicos proponen una reinterpretación global de la lógica de su naturaleza y de su función. Como se ve en Jean Ives Girard, *teórico de la demostración*, a quien se le debe la *lógica lineal* y el concepto de *redes de pruebas*. Introduce *nuevos conectores proposicionales* que son interpretados en términos de *fuentes* y tienen numerosas aplicaciones en Informática. El programa de investigación de Girard propone una reinterpretación de todo el desarrollo de la lógica desde el programa de Hilbert y pretende una reconstrucción global de la lógica como tal.

11. CONCLUSIONES.

El recorrido epistemológico, histórico y filosófico que se ha presentado supone una cierta unidad que atraviesa el conocimiento de la Lógica desde la antigüedad hasta la actualidad, pero que sin embargo, lleva a encontrar tradiciones de lógica diferentes y que por lo tanto no se reagrupan en una sola descripción.

Así, de un lado, Aristóteles, Leibniz, Kant y Frege, por ejemplo, no tienen la misma idea de lógica porque la definen desde un proyecto intelectual diferente. Aristóteles plantea una lógica de la esencia, del ser. Leibniz, de su lado, proyecta realizar una lengua lógica que permita formalizar los razonamientos pero igualmente que permita discernir las discusiones metafísicas y teológicas. En cuanto a Kant, plantea los límites entre una lógica formal y una lógica transcendental y encuentra una vía en el proyecto de una filosofía general del conocimiento; y los estudios lógicos de Frege tienen una característica diferente porque están ligados a la fundamentación de las matemáticas y en particular a la de la aritmética, que pretende cimentarse sobre la razón y no sobre la intuición.

Es decir que la concepción que tienen estos autores de la lógica es indisociable a sus planteamientos filosóficos tanto a los que se refieren al conocimiento como al sistema filosófico en su totalidad.

Por otro lado, los desarrollos de la lógica matemática, se plantean alejados de estas posiciones, tanto por su contenido como por el sentido de los planteamientos y características de los estudios de los autores referenciados, presentándose a primera vista independiente de un sistema filosófico; no obstante, el conjunto de esta lógica requiere bases filosóficas que no se explicitan, en muchos casos, completamente porque el fin perseguido es ante todo, la formalización y la eficiencia pero que son mencionadas bajo presupuestos presentados para su aceptación. Sin embargo, en otros casos, los lógicos consagran parte de sus obras a los estudios lógico-filosóficos (Wittgenstein, Carnap, Quine, entre otros).

La divergencia de estas dos posturas muestra que, actualmente, no existe una concepción de la lógica sobre la cual el conjunto de lógicos esté totalmente de acuerdo, es decir que no existe una definición universalmente aceptada de la lógica. Al contrario existen opiniones divergentes que tocan una serie de temas relativos a su objetivo, su orientación, sus límites, sus interrelaciones y su soporte filosófico.

En consecuencia, se conocen un gran número de lo que se llaman lógicas, tales como la modal, deóntica, temporal, cuántica, etc.; la mayoría se presentan como sistemas de signos que permiten formar expresiones, se les atribuyen una interpretación o se formalizan ciertos razonamientos a partir de la caracterización de reglas.

BIBLIOGRAFÍA

ARISTÓTELES : «Organon : I: Catégories, II de l'Interprétation, III Les Premiers Analytiques, IV les Seconds Analytiques, V : Les Topiques». Paris, Vrin, 1992.

ARNAUD, Antoine/ NICOLE, Pierre: "La logique ou l'art de penser», 1662

BENMAKHLOUF, Ali: "Le Vocabulaire de Frege". Paris, Ellipses, 2001.

BLANCHÉ, Robert: «Introduction à la logique Contemporaine». Paris, Armand Colin, 1957.

BLANCHÉ, Robert /DUBUCS, Jacques: «Histoire de la Logique». Paris, Armand Colin, 1996.

BRUNSCHVICG, L. «Les Étapes de la Philosophie Mathématique». Paris, Librairie Scientifique et technique A. Blanchard, 1972.

BOURBAKI, N.: «Eléments d'Histoire des Mathématiques». Paris, Hermann, 1969

CHAUVIRÉ, Christiane: «L'œil mathématique. Essai sur la philosophie mathématique de Peirce». Paris, Kimé, 2008.

DAHAN - DALMEDICO, Amy; PEIFER, Jeanne: «Une histoire des mathématiques: Routes et dédales». Paris, Seuil, 1986.

DETIENNE, Marcel: "Les maîtres de vérité dans la Grèce archaïque". Paris, Librairie François Maspero, 1967. «Los maestros de verdad en la Grecia arcaica". Prefacio de Pierre Vidal-Naquet. Versión castellana de Juan José Herrera. Madrid, Taurus Ediciones S. A., 1981.

DUMMETT, Michael: «Philosophie de la Logique». Paris, Eds. Minuit, 199.

Encyclopedia Universalis. Corpus 17. Paris Editeur à Paris, 2002.

FREGE, Gootlob: «Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens», Halle, Nebert, 1879 ; traduction française: «Idéographie». Traduction, préface, notes et index par Corine Besson. Postface de J. Barnes. Paris, Librairie Philosophique J. Vrin, 1999. «Bibliothèque des Textes Philosophiques

FREGE, Gootlob: «Ecrits logiques et philosophiques». Traduction et introduction de Claude Imbert. Paris, Editions du Seuil, 1971.

GIRARD, Jean Yves: «Le champ du signe ou la faillite du réductionnisme». Dans: NAGEL, Ernest ; NEWMAN, James R. ; GÖDEL, Kurt ; GIRARD, Jean Yves: «Le Théorème de Gödel». Paris, Editions du Seuil, l989, pp. 145-171.

GOCHET, Paul – GRIBOMONT, Pascal: «Logique». Paris, Hermès, 1990.

GÖDEL, Kurt.: «Sur les propositions formellement indécidables des Principia mathematica et des systèmes apparentés I». 1931. Dans: «NAGEL, Ernest ; NEWMAN, James R. ; GÖDEL, Kurt ; GIRARD, Jean Yves: «Le Théorème de Gödel». Paris, Editions du Seuil, l989, pp. 106-143.

HALBACH, Volker: «The Logic Manual». Oxford University Press, 2010

HAACK, Susan: “Philosophy of Logics”. Cambridge University Press, 1978.

HEIJENOORT, Jean van: “From Frege to Gödel”. Cambridge (Mass), Harvard University Press, 1967

HILBERT, David: «Grundlagen der Geometric”. Traduction française: «Les Fondements de Géométrie», LAUGEL, Éd., critique de Paul Rossier, Paris, Dunond, 1971.

HILBERT, David et BERNAYS, P. : «Fondements des Mathématiques 1» Traduction de l’ouvrage «Grundlagen der Mathematik 1» (Springer) 2ème. éd. (1968) avec les passages parallèles de la 1ère. édition (1934). Traduction de l’allemand par F. Gaillard et M. Guillaume. Ed. L’Harmattan, 2002, 2 vols.

HILBERT David «Sur l’infini» ; traduit par André Weil ; «Über das unendliche: conférence prononcée le 4 Juin 1925 à l’occasion d’un congrès des mathématiciens organisé à Munster

i. w. par la Société Mathématique de Wesphalie en l’honneur de la mémoire de Weierstrass. L’original de cette traduction a paru en allemand dans les Math. Ann. t 95.

HOTTOIS, Gilbert. «Penser la Logique: une introduction technique et théorique à la philosophie de la logique et langage». 2ème ed. Bruxelles, De Boeck Université, 2002.

KUNZMANN, P/ BURKARD, F-P/WIEDMANN, F.: "Atlas de la Philosophie". Paris, Librairie Générale Française, 1993.

KLEENE, Stephen: «Mathematical Logic». Dover, 1967

LARGEAULT, Jean: «La logique». Paris, PUF, 1992. Colección: Que sais-je ?

LEROUX, Jean: «Introduction à la Logique». Diderot Multimedia, 1998. *Bibliothèque des Sciences.*

LONERGAN, Bernard J. F.: "Collected work of Bernard Lonergan. Phenomenology and Logic the Boston College Lectures on Mathematical Logic and Existentialism". Edited by Philip J. Mc Shane. Published for Lonergan Research Institute by University of Toronto Press. Toronto, Buffalo, London, 2001.

MARTIN, Roger. «Logique Contemporaine et Formalisation». Paris, PUF, 1964.

NAGEL, Ernest ; NEWMAN, James R. ; GÖDEL, Kurt ; GIRARD, Jean Yves: «Le Théorème de Gödel». Traductions de l'anglais et de l'allemand par Jean Baptiste Scherrer. Paris, Editions du Seuil, l989.

PASCAL, Blaise: «Pensées». Paris, Gallimard, 2008.

PEIRCE, C. S. "Comment se fixe la croyance", *Rev. Philosophique*, diciembre 1878, p. 553-569

POPELARD, M. D. / VERNANT, D. «Eléments de Logique». Paris, Seuil, 1998.

PRADILLA RUEDA MAGDALENA: «Alan Turing, su obra y los efectos sobre la calculabilidad». En: *Revista Ingeniería Matemáticas y Ciencias de la Información", vol. 1, num. 2, 2014, pp. 93-122.* Bogotá, Corporación Universitaria Republicana.

PRADILLA RUEDA MAGDALENA: «Paradojas Semánticas y Lógicas». En: *Revista Ingeniería Matemáticas y Ciencias de la Información", vol. 2, num. 3, 2015, pp.87-99.* Bogotá, Corporación Universitaria Republicana.

PRADILLA RUEDA MAGDALENA: «Vers une Epistémologie de la théorie informatique».Thèse pour obtenir le titre de Docteur en Philosophie. Paris, Université Paris I Panthéon-Sorbonne, 2008.

QUINE, W. V.: «Logique Élémentaire». Paris, Vrin, 2006.

RIVENC, François: «Introduction à la Logique». Paris, Payot, 1989.

RIVENC, François; ROUILHAN, Philippe de: «Logique et Fondements des Mathématiques. Anthologie (1850-1914) », Payot, Paris, 1992.

ROUILHAN, Philippe de: «Frege les paradoxes de la représentation». Paris, PUF, 1996.

ROUILHAN, Philippe de: «Russell et le cercle des paradoxes». Paris, Les Editions de Minuit, 1988.

RUSSELL, Bertrand ; WHITEHEAD, Alfred North: "Principia Mathematica". 3 vols. Cambridge, University Press, 1910-1913. 2a. ed. 1925-1927

SACKUR, Jérôme: «Opération et Description. La critique par Wittgenstein des théories de la proposition de Russell». Thèse pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Paris 1. 2000.

SCHOLZ, Heinrich: «Esquisse d´une Histoire de la Logique». Traduit de l´allemand par E. Coumet, Fr. de Laur, J. Sebestik. Paris, Aubier-Montagne, 1968.

TARSKI, Alfred: "Introduction à la Logique", trad. française de J. Tramblay, Paris, Gauthier-Villiers, 1971, (1ère. éd. en polonais 1936).

TARSKI, Alfred: «Le concept de vérité dans les langages formalisés», 1931 ; traduction française G.G. Granger ; *Logique, sémantique, métamathématique.* Paris, Colin, 1972.

VERNANT, Jean Pierre: «Origines de la pensée grecque». Paris, PUF, 1972.

VERNANT, Denis: «Introduction à la Philosophie de la Logique». Bruxelles, Pierre Mardaga Editeur, 1986.

WAGNER, Pierre: «La Logique». Paris, Seuil, 2007

WAGNER, Pierre: «Logique et Philosophie: Manuel d'Introduction pour les étudiants du supérieur». Paris, Ellipses, 2014.

WITTGENSTEIN, Ludwig: «Tractatus Logico-Philosophicus», trad. de G.G. Granger, Gallimard, 1993. «Tractatus Logico-Philosophicus, suivi de Investigations Philosophiques», trad. de l´allemand par Pierre Klossowski. Paris, Gallimard, 1961.

Este libro se terminó de imprimir
en el mes de Abril 2017
EDICIONES NUEVA JURÍDICA
310 5627538
nueva_juridica@yahoo.com
www.nuevajuridica.com
Bogotá D.C. - Colombia